

بسمه تعالیٰ

مقدمه مؤلف

رشد فزاینده رقابت دانشجویان برای دستیابی به مراتب عالی و تحصیلات تکمیلی، اینجانب را برابر آن داشت تا شرایط بهتری را برای آمادگی بیشتر شرکت کنندگان فراهم نمایم. در مجموعه حاضر که به همین منظور و با هدف آشنایی بیشتر شرکت کنندگان در کنکور، تهیه و تدوین گردیده است، سعی شده که تا حد ممکن دانشجویان عزیز را با حزئیات کامل درس و تستها آشنا کند.

مطلوب درسی به شکل طبقه‌بندی شده همراه با تست‌ها و پاسخ‌های تشریحی در پانزده فصل ارائه شده است.

کلیه سوالات به تناسب امکان دستیابی مربوط به آزمون‌های سراسری کارشناسی ارشد مهندسی شیمی، بیوتکنولوژی، فرآوری و انتقال گاز تا سال ۱۳۸۹ جمع‌آوری شده است. در پایان هر فصل برای خودآزمایی دانشجو آزمون هماهنگ با پاسخ تشریحی آورده شده است.

با عنایت به این که یقیناً این مجموعه بدون اشکال نخواهد بود، انتظار می‌رود که استادان محترم و دانشجویان عزیز و سایر علاقه‌مندانی که کتاب حاضر را مطالعه می‌نمایند، نقطه نظرات اصلاحی و پیشنهادات خود را برای بهبود کیفی و کمی کار در چاپ‌های بعدی دریغ نفرمایند.

محمد سمیع پور گیری

فهرست مطالب

۱.....	فصل اول: کلیات و تعاریف.
۱۰.....	سؤالهای چهارگزینهای طبقه‌بندی شده فصل اول.
۱۱.....	فصل دوم: نفوذ مولکولی در سیالات.
۳۳.....	سؤالهای چهارگزینهای طبقه‌بندی شده فصل اول.
۴۵.....	فصل سوم: ضرائب انتقال جرم.
۶۵.....	سؤالهای چهارگزینهای طبقه‌بندی شده فصل اول.
۷۳.....	فصل چهارم: انتقال جرم بین فازها.
۹۶.....	سؤالهای چهارگزینهای طبقه‌بندی شده فصل اول.
۱۰۳.....	فصل پنجم: دستگاههای مربوط به عملیات گاز - مایع.
۱۳۴.....	سؤالهای چهارگزینهای طبقه‌بندی شده فصل اول.
۱۳۹.....	فصل ششم: جذب گاز.
۱۴۵.....	سؤالهای چهارگزینهای طبقه‌بندی شده فصل اول.
۱۵۳.....	فصل هفتم: تقطیر.
۲۱۳.....	سؤالهای چهارگزینهای طبقه‌بندی شده فصل اول.
۲۲۹.....	فصل هشتم: استخراج مایع - مایع.
۲۵۱.....	سؤالهای چهارگزینهای طبقه‌بندی شده فصل اول.
۲۵۹.....	فصل نهم: تبخیر.
۲۷۸.....	سؤالهای چهارگزینهای طبقه‌بندی شده فصل اول.

فصل دهم: رطوبتدهی و رطوبتزدایی ۲۸۳
سوالهای چهارگزینه‌ای طبقه‌بندی شده فصل اول ۲۹۸
فصل یازدهم: خشک کردن Drying ۳۰۳
سوالهای چهارگزینه‌ای طبقه‌بندی شده فصل اول ۳۲۵
فصلدوازدهم: جذب سطحی Adsorption ۳۳۱
سوالهای چهارگزینه‌ای طبقه‌بندی شده فصل اول ۳۴۱
فصل سیزدهم: استخراج از جامد Leaching ۳۴۳
سوالهای چهارگزینه‌ای طبقه‌بندی شده فصل اول ۳۴۸
فصل چهاردهم: کریستالیزاسیون ۳۴۹
فصل پانزدهم: فیلتراسیون Filtration ۳۵۷
منابع ۳۶۰

فصل اول

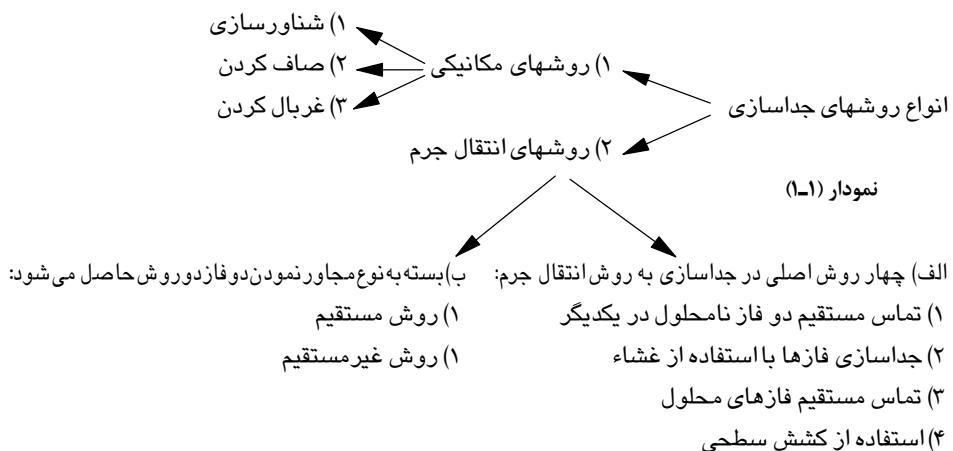
کلیات و تعاریف

بسیاری از عملیات مهندسی شیمی با تغییر غلظت در مخلوطها و محلولها همراه است که این تغییرات الزاماً توسط واکنشهای شیمیایی صورت نمی‌گیرد. این عملیات بیشتر در جداسازی مخلوطها به سازنده‌های آنها مربوط می‌شود.

همانطور که گفته شد بحث اصلی در انتقال جرم جداسازی می‌باشد. انتقال جرم در نتیجه اختلاف غلظت صورت گرفته و ماده نفوذکننده از محلی با غلظت بیشتر به محلی که دارای غلظت کمتری است منتقل می‌شود. البته لازم به ذکر است که عامل اصلی انتقال جرم اختلاف پتانسیل شیمیایی است و نه اختلاف غلظت که بعداً اشاره خواهد شد.

۱-۱-روشهای جداسازی

به منظور تسهیل یادگیری و جلوگیری از اشتباه، انواع مختلف روش‌های جداسازی در نمودار زیر (نمودار ۱-۱) خلاصه شده است:



حال به شرح موارد ذکر شده در بالا می‌پردازیم، همانطور که در نمودار بالا می‌بینیم، به طور کلی جداسازی به دو روش امکان‌پذیر است:

الف) جداسازی به روشهای انتقال جرم

ب) جداسازی به روشهای مکانیکی

الف) جداسازی به روشهای مکانیکی (فیزیکی) Mechanical Separation

این روش به طریقی کاملاً مکانیکی و فیزیکی انجام می‌شود، مانند صاف کردن یک مخلوط معلق یا غربال کردن ذرات یک ماده برای تعیین سایز و...

مهمترین روشهای مکانیکی برای جداسازی عبارت اند از:

۱) شناورسازی (Floatation): مهمترین عامل در این روش اختلاف دانسیته دو فاز است، مثل جدا کردن گندم و شن ریزه بوسیله شناورسازی در آب.

۲) صاف کردن (Filtration): این روش بیشتر برای مخلوطهای دو یا چند فازی به کار می‌رود، مانند صاف کردن یک مخلوط معلق و جدا کردن چند جامد از مایع.

۳) غربال کردن (Screening): این روش بر مبنای تفاوت اندازه ذرات با یکدیگر است، مانند استفاده از الک برای جدا کردن ذرات درشت یک مخلوط.

ب) جداسازی به روشهای انتقال جرم (Mass Transfer Separation)

جداسازی به روشهای انتقال جرم به چهار دسته کلی زیر تقسیم می‌شود (همانطور که در نمودار ۱-۱ نیز مشخص است)

۱) تماس مستقیم دو فاز نامحلول در یکدیگر

۲) جداسازی فازها با استفاده از غشاء

۳) تماس مستقیم فازهای محلول

۴) استفاده از کشش سطحی

۱-۱-۱- تماس مستقیم دو فاز نامحلول در یکدیگر

این گروه نسبت به گروههای دیگر از اهمیت بیشتری برخوردار است و غالب عملیات انتقال جرم در این گروه قرار می‌گیرد.

معمولًا در این حالت از برقراری تعادل بین اجزا مختلف در دو فاز استفاده می‌گردد و به دلیل وجود سه فاز مختلف جامد، مایع، گاز، امکان مجاور شدن دو فاز به شش صورت زیر فراهم می‌شود:

(۱) گاز- گاز

به جز در موارد استثنایی، تمام گازها به طور کامل با یکدیگر مخلوط شده و فرآیندهای متداول در صنعت در این گروه قرار نمی‌گیرند.

(۲) گاز- مایع

در حالت کلی می‌توان عملیات جذب، دفع، رطوبت دهی و تقطیر جز به جز را در این گروه قرار داد و بسته به چگونگی توزیع سازندگان مخلوط در دو فاز سه حالت زیر بوجود می‌آید:

الف) اگر کلیه سازندگان یک سیستم در حال تعادل در هر دو فاز وجود داشته باشند، عمل را تقطیر جز به

جز (یا فقط نقطه) می‌نامند. (مثل جداسازی آب و متانول)

مهترین عامل در نقطه اختلاف نقطه جوش اجزا می‌باشد و فاز بخار در اثر حرارت دادن فاز مایع تولید می‌شود.

(ب) ممکن است دو فاز به صورت محلول باشند و یک سازنده (یا گروهی از سازنده‌ها) بین دو فاز توزیع شوند که بسته به جهت انتقال نفوذکننده دو حالت زیر را داریم:

۱) اگر انتقال از فاز گاز به مایع صورت گیرد این عمل را جذب گازی (Gas absorption) گویند، مثل حل شدن آمونیاک موجود در هوا درون آب.

۲) اگر انتقال از فاز مایع به گاز باشد، این عمل را دفع گازی (Stripping) گویند. کاملا مشهود است که تفاوت بین دو عمل جذب و دفع فقط مربوط به جهت انتقال نفوذکننده می‌باشد.

(ج) اگر فاز مایع فقط از یک جز تشکیل شده باشد (خالص باشد) ولی فاز گاز دو یا چند سازنده‌ای باشد، عمل را رطوبت دادن (Humidification) و یا رطوبت‌گیری (Dehumidification)، (بسته به جهت انتقال نفوذکننده) می‌نامند، مانند تماس هوای خشک با آب که بخشی از آب به درون هوا تبخیر می‌شود (رطوبت دادن هوا).

۳) گاز - جامد

عملیاتی مثل تصحیع، خشک کردن، جذب سطحی و دفع سطحی در این گروه قرار می‌گیرند.

تقسیم‌بندی عملیات این گروه با توجه به تعداد سازنده‌هایی که در هر دو فاز ظاهر می‌شوند به شرح زیر است:

(الف) اگر کلیه سازنده‌گان در هر دو فاز جامد و گاز موجود باشند، که خود به دو دسته تقسیم می‌شوند:

۱) اگر انتقال از فاز جامد به گاز (مثل تبخیر یک جامد مشکل از چند سازنده) باشد به نحوی که فاز مایعی ظاهر نشوی، فرآیند را تصحیع جز به جز (Fractional Sublimation) گویند.

۲) اگر انتقال از فاز گاز به جامد باشد و سازنده‌گان از فاز گاز با مقادیر متفاوت بر روی جامد جذب شوند، فرآیند را جذب سطحی گویند.

(ب) اگر کلیه سازنده‌گان در دو فاز موجود نباشند، با توجه به جهت انتقال دو حالت زیر را داریم،

۱) اگر انتقال از فاز جامد به گاز صورت گیرد، آن را دفع سطحی (Desorption) گویند که فرآیند خشک کردن (Drying) نیز در این گروه قرار می‌گیرد.

تفاوت فرآیند خشک کردن (Drying) با دفع سطحی در این است که در فرآیند خشک کردن علاوه بر انتقال ماده قابل انتقال از سطح جامد به فاز گاز (همانند دفع سطحی) انتقال از بطن (درون) ماده به سطح نیز صورت می‌گیرد.

۲) اگر انتقال از فاز گاز به فاز جامد صورت گیرد، این عمل را جذب سطحی (Adsorption) گویند. در این گروه (گاز - جامد) هنگامی که فاز گاز یک بخار خالص است، مانند تصحیع یک جامد فرار از یک مخلوط حاوی یک جسم غیر فرار، عمل بیشتر به حرارت دادن به مخلوط بستگی پیدا می‌کند تا به اختلاف غلاظت و اساساً از نوع غیر نفوذی خواهد بود.

(۴) مایع-مایع

استخراج مایع-مایع یا استخراج از مایعات (Liquid Extraction-Liquid Extraction) در این گروه قرار می‌گیرد. به عملیات جداسازی که در آنها دو فاز نامحلول با یکدیگر تماس داده می‌شوند، استخراج مایع گفته می‌شود (مانند جدا کردن محلول استن-آب بوسیله تتراکلرید کربن). فرایندی که در آن از یک محلول تک فاز در اثر سرد کردن و رسانیدن آن به زیر نقطه بحرانی دو فاز مایع تولید می‌شود (که غلظتهاهی دو فاز با هم متفاوت است)، استخراج جز به جز (Fractional-Extraction) گویند.

به عنوان مثال دیگری برای استخراج جز به جز می‌توان از افزودن محلولی از اسید استیک و استن به مخلوط ناهمگون آب و تتراکلرید کربن نام برد که پس از تکان دادن و جداسازی، دو فاز دیده می‌شود که استن و اسید استیک در هر دو فاز ولی با نسبتهاهی مختلفی وجود دارند.

(۵) مایع-جامد

عملیاتی چون کریستالیزاسیون، تصفیه منطقه‌ای و لیچینگ در این گروه قرار می‌گیرند. تقسیم بندی عملیات این گروه به شرح زیر است:

- الف) اگر کلیه سازنده‌ها (اجزا) در دو فاز موجود بوده و در حالت تعادل نیز باشند، عمل را تبلور جز به جز (Fractional Crystallization) گویند که از مثال‌های این گروه می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:
- ۱) تصفیه منطقه‌ای (Zone refining)، به منظور بدست آوردن فلزات بسیار خالص و یا نیمه هادی‌ها.
 - ۲) تبلور همراه با مواد اضافی (Additive Crystallization).
- ب) اگر کلیه سازنده‌گان در دو فاز نباشند با توجه به جهت انتقال داریم:
- ۱) اگر انتقال از فاز مایع به جامد صورت گیرد فرآیند را جذب سطحی (Adsorption) گویند.
 - ۲) اگر انتقال از فاز جامد به مایع صورت گیرد، که مهمترین حالت آن، جداسازی انتخابی یک سازنده از یک مخلوط جامد توسط یک حلال مایع است، فرآیند را Leaching گویند. (مثل جداسازی روغن از پنبه دانه بوسیله هگزان).

(۶) جامد-جامد

چون شدت انتقال جرم و نفوذ، در فازهای جامد فوق العاده کند است، هیچ نوع عملیات صنعتی در این گروه قرار نمی‌گیرد.

۱-۲- جداسازی فازها با استفاده غشاء

نقش مهم غشاءها جلوگیری از مخلوط شدن دو فاز محلول در یکدیگر است. وجود غشاء باعث جداسازی مواد از یکدیگر در اثر کنترل راه عبور سازنده‌ها از یک سو به سوی دیگر غشاء می‌گردد.

استفاده از این روش معمولاً برای سه حالت زیر امکان‌پذیر است:

الف) گاز - گاز

برای اینحالت دو روش داریم:

(۱) روش نفوذ گازی، که غشاء مورد استفاده دارای تخلخل بسیار ریز است و اگر یک مخلوط گاز که دارای سازنده‌های مختلفی با جرم مولکولی‌های متفاوت است با چنین غشایی تماس داشته باشد، سازنده‌های مخلوط با شدت‌های گوناگونی که بستگی به جرم مولکولی آنها دارد، از درون غشاء عبور خواهد نمود. بدین جهت غلظت سازنده‌ها در دو طرف غشاء متفاوت خواهد شد. جداسازی ایزوتوپهای اورانیوم در مقیاس بزرگ به همین ترتیب انجام می‌پذیرد.

(۲) فرآیند تراوش (Permeation)، که غشاء مورد استفاده دارای تخلخل نیست و گاز هنگام عبور از غشاء ابتدا درون آن حل شده و سپس نفوذ می‌نماید. جدا سازی در اینحالت در اثر اختلاف حلالیت سازنده‌ها انجام خواهد شد. هلیوم را ز گاز طبیعی به همین طریق جدا می‌کنند (بوسیله غشاها بی از نوع پلیمرهای فلور و کربن).

ب) گاز - مایع

در این حالت از تراوایی اجسام استفاده می‌شود، مثل جداسازی آب و الکل با یک غشاء مناسب غیر متخلخل که الکل را در خود حل می‌کند و در سمت دیگر غشاء، الکل تبخیر می‌شود.

ج) مایع - مایع

عملیاتی چون دیالیز، دیالیز جز به جز، الکترو دیالیز، اسمز و اسمز معکوس در این گروه قرار می‌گیرند که شرح مختصری در مورد هر یک از عملیات بالا را مشاهده می‌کنید:
دیالیز: جدا سازی یک جسم بلوری از یک محلول کلوئیدی با استفاده از یک حلال مایع و غشائی که بتواند فقط بلورهای حل شده را در حلال فوق از خود عبور دهد انجام می‌پذیرد که به این عمل دیالیز گویند.
دیالیز جز به جز: برای جداسازی دو جسم بلوری از یک مخلوط مایع مورد استفاده قرار می‌گیرد که در آن اختلاف تراوایی اجسام از غشاء، جدا سازی را امکان‌پذیر می‌سازد.
الکترو دیالیز: فرآیندی است که در آن یک نیروی محرکه الکترونیکی سبب نفوذ ذرات باردار از غشاء می‌شود.

اسمز: فرآیندی است که در آن حل را ز محلولی که در آن است با استفاده از غشایی که فقط بتواند حلال را از خود عبور دهد، جدا می‌کنند.

اسمز معکوس: اگر با استفاده از فشاری مخالف و غالب بر فشار اسمزی جریان حلال را معکوس نمود و حلال و حل شونده را بدین ترتیب از یکدیگر جدا کرد، به آن اسمز معکوس می‌گویند (مثل شیرین کردن آب دریا).

۱-۳- تماس مستقیم فازهای محلول

عملیاتی مثل نفوذ حرارتی، نفوذ جاروبی و Atmolysis در این گروه قرار می‌گیرند که استفاده از این

روش‌های در صنعت به علت مخلوط شدن سیالات و حفظ گرadiان غلظت آنها و مشکلاتی که به این دلیل به وجود می‌آید، بسیار کم است.

شرح مختصراً در مورد هر یک از این فرآیندها را مشاهده می‌کنید:

۱- نفوذ حرارتی (Thermal diffusion): در این فرایند گرadiان غلظت در یکی از فازهای گاز یا مایع در اثر به وجود آمدن اختلاف درجه حرارت در سیستم حاصل می‌شود و بدین ترتیب جدا سازی نسبی سازنده‌ها امکان‌پذیر می‌شود (مثل جداسازی ${}^{40}\text{He}$ از ${}^{4}\text{He}$).

۲- نفوذ جارویی (Sweep diffusion): در این عملیات یک بخار قابل میزان مانند بخار آب را از درون یک مخلوط گاز می‌گرانند که می‌تواند ترجیحاً یکی از سازنده‌های مخلوط گاز را جدا کند. زیرا این جز از مخلوط گاز داخل بخار آب شده (جذب می‌شود) و با آن خارج می‌شود.

۳- Atmolysis: اگر دو منطقه از یک فاز با غلظتهای متفاوت را با استفاده از غربالی با منافذ نسبتاً درشت جدا کنیم فرآیند را Atmolysis گویند.

۴- روش دیگر جداسازی در این گروه، قرار دادن یک مخلوط گازی تحت تأثیر نیتروی گریز از مرکز است که به جهت اختلاف جرم مولکولی اجزا مختلف مخلوط، نیروی واردہ بر آنها متفاوت بوده و در نتیجه مولکولهای سنگین و سبک از هم جدا می‌شوند (مثل جداسازی ایزوتوپهای اورانیوم).

۱-۴- استفاده از کشش سطحی

در این روش از موادی استفاده می‌شود که با حل شدن در یک مایع ایجاد محلولی با کشش سطحی کمتری می‌کند و وقتی این محلول در تماس با یک گاز قرار می‌گیرد، غلظت در سطح مایع افزایش یافته و به این طریق جداسازی صورت می‌گیرد. مثل جداسازی مواد شوینده از آب که با روش جداسازی با ایجاد کف امکان‌پذیر است، به این ترتیب که در اثر دمیدن هوا به درون محلول و جمع آوری کف می‌توان جسم حل شده را تغليظ نمود.

۲- عملیات مستقیم و غیر مستقیم

جداسازی به روشهای انتقال جرم با توجه به نوع مجاور نمودن (تماس) دو فاز به دو نوع مستقیم و غیر مستقیم تقسیم می‌شود.

در اعمال مستقیم در اثر افزایش یا کاهش حرارت، دو فاز از یک فاز اولیه بدست می‌آید. تقطیر جزئی، تبلور جزئی و نوعی از استخراج جزئی از این گونه هستند.

در عملیات غیر مستقیم یک جسم خارجی بر سیستم افزوده می‌شود، مانند جذب گان، دفع گان، خشک کردن، استخراج از چامدات، استخراج از مایعات و انواع خاص تبلور جزئی. ویژگی خاص عملیات مستقیم آن است که محصولات به طور مستقیم و عاری از مواد افزوده شده بدست می‌آید. پس اگر محصولات به صورت خالص مورد نیاز باشد استفاده از روش مستقیم ارجح است، زیرا در روش غیر مستقیم مشکلاتی به دلیل هزینه‌های بازیابی مجدد جسم افزوده شده به سیستم و هم چنین جدا نشدن آن به طور کامل وجود دارد. هم چنین افزایش یک ماده خارجی به سیستم ممکن است مسائل مربوط به

خوردگی دستگاهها را هم تشیدید کند.

عملیات غیر مستقیم زمانی بر عملیات مستقیم ترجیح داده می‌شود که جداسازی با استفاده از روش مستقیم امکان‌پذیر نباشد یا ماده جدا شده به صورت خالص مورد نیاز نباشد و یا هزینه‌های جداسازی به روش غیر مستقیم کمتر باشد.

۱-۳-۱- عملیات پایا و ناپایا

۱-۳-۲- عملیات ناپایا(ناپایدار)

در عملیات ناپایا، در هر نقطه‌ای از سیستم (دستگاه) غلظتها با زمان تغییر می‌کند.

حالت ناپایا ممکن است در اثر تغییرات مواد حاصله در خوراک، شدت جریانها و یا تغییرات دما و فشار ایجاد شود. مهمترین ویژگی عملیات ناپایا تغییر غلظت هر نقطه از سیستم با زمان است. عملیات ناپیوسته (بسته یا Batch) و نیمه پیوسته (Semi Batch) همواره جز عملیات ناپایا محسوب می‌شوند.

۱-۴-۱- عملیات پایا

از ویژگیهای عملیات پایا، ثابت بودن غلظت در هر نقطه‌ای از دستگاه با گذشت زمان است، لذا به این منظور باید شدت جریانها مداوم و ثابتی به درون سیستم و بالعکس داشته باشیم. هم چنین باید رژیم جریان، غلظت اجزا در جریانهای خوراک، فشار و درجه حرارت ثابت باشند (با زمان تغییر نکند).

۱-۴-۲- نحوه تماس فازها

در حالت کلی نحوه تماس فازها به دو گونه عملیات مرحله‌ای (Stage - Wise) و عملیات تماس پیوسته (دیفرانسیل) می‌باشد که مهمترین عامل در انتخاب هر یک از این دو روش بازده مرحله‌ای می‌باشد.

۱-۴-۳- عملیات مرحله‌ای

چنانچه دو فاز نامحلول در تماس با یکدیگر قرار گیرند، مواد مختلف در دو فاز توزیع متفاوتی خواهند داشت. حال اگر فازها را به طریق مکانیکی از یکدیگر جدا کنیم، این عمل را انتقال جرم در یک مرحله می‌نامند. عملیات مرحله‌ای هم به صورت مداوم (پایا) و هم به صورت ناپیوسته انجام‌پذیر است. معیار ارزیابی هر مرحله، نزدیکی آن به حالت تعادل است، بدین معنی که اگر جریانهای خروجی از هر مرحله در حالت تعادل با یکدیگر باشند، آن مرحله را یک مرحله تعادلی یا ایده‌آل یا تئوری گویند. بدیهی است که در یک مرحله تعادلی زمان تماس بیشتر سبب تغییر بیشتر غلظت نخواهد گردید. میزان نزدیکی به تعادل در هر مرحله را بازده (efficiency) گویند.

۱-۴-۴- عملیات تماس پیوسته (دیفرانسیلی)

در این حالت فازها به صورت مداوم در دستگاه با یکدیگر تماس حاصل می‌نمایند و جز عملیات پایا محسوب می‌شوند. در اعمال تماس پیوسته، امکان رسیدن دو فاز به حالت تعادل در هیچ جایی از دستگاه

وجود ندارد. در واقع اگر تعادل در هر محلی از سیستم برقرار گردد بدین معنی است که تعادل با بینهایت مرحله تعادلی عمل می‌کند.

تفاوت بین عملیات مرحله‌ای و تماس پیوسته

در اعمال مرحله‌ای انتقال جرم بین دو فاز سبب کاهش اختلاف غلظت بین آنها می‌شود و با افزایش زمان تماس، تعادل بین دو فاز برقرار خواهد شد که پس از برقراری تعادل، نفوذ بین دو فاز متوقف خواهد شد. در اینحالت شدت نفوذ و زمان، تعیین کننده بازده هر مرحله خواهد بود. ولی در عملیات تماس پیوسته، دو فاز همواره از حالت تعادل دور بوده و نفوذ بین فازها به طور مرتب و در سرتاسر سیستم (دستگاه) انجام می‌گیرد.

۱-۵-۱- اصول طراحی

در طراحی هر واحد مربوط به انتقال جرم، چهار عامل اصلی زیر بایستی مشخص باشند:

۱-۵-۱-۱- تعداد مراحل ایده‌آل یا تعادل آنها

تعداد مراحل با استفاده از مشخصات تعادلی سیستم و موازن‌های جرم بدست می‌آید.

۱-۵-۱-۲- زمان لازم برای تماس فازها

در عملیات مرحله‌ای، زمان تماس دو فاز به بازده مرحله‌ای مربوط می‌شود، در حالیکه در عملیات تماس پیوسته، زمان تعیین کننده حجم و یا طول دستگاه خواهد بود.

۱-۵-۱-۳- شدت جریانهای مجاز

تعیین شدت جریانهای مجاز در عملیات نیمه پیوسته و پایا (پیوسته) مطرح می‌شود که بوسیله آن سطح مقطع دستگاه محاسبه می‌شود.

۱-۵-۱-۴- انرژی‌های مورد نیاز

انرژی به دو صورت زیر تقسیم بندی می‌شود:

(۱) حرارتی:

جهت تولید فازهای جدید (مثل تبخیر) و تأمین اثرات گرمای انحلال و ...

(۲) مکانیکی:

برای انتقال سیالات و جامدات و پخش کردن مایعات و گازها و ...

۱-۶- نفوذ و انتقال جرم

دیدیم که در اغلب عملیات انتقال جرم، جدا سازی سازنده‌های یک فاز به کمک تماس آن فاز با یک فاز

نامحلول در آن، صورت می‌پذیرد. بنابراین به منظور جداسازی سازنده‌های یک فاز، باید اختلاف غلظتها در حالت تعادل دو فاز را مدنظر قرار داد. البته مقادیر مربوط به ضرایب انتقال جرم نیز دارای اهمیت زیادی هستند زیرا که کنترل کننده سرعت رسیدن به تعادل می‌باشد و این ضرایب، زمان لازم برای جدا سازی را کنترل نموده و لذا ابعاد و هزینه دستگاههای لازم را تعیین می‌نمایند.

۱-۷- برخی نکات مهم فصل اول

- (۱) در حالت کلی انتقال از فاز سیال (مایع یا گاز) به فاز جامد را جذب سطحی (Adsorption) گویند.
- (۲) در جدا سازی فازها با استفاده از غشاء، برای حالت گاز - گاز، نفوذ گازی در اثر اختلاف اندازه مولکولهای مخلوط گاز صورت می‌گیرد، ولی فرآیند تراوش در اثر اختلاف حلالیت سازنده‌ها در غشاء اتفاق می‌افتد.
- (۳) تفاوت فرآیند شناور سازی با جدا سازی با ایجاد کف در این است که فرآیند شناور سازی (Filtration) در عملیات معدنی به منظور جدا سازی مواد جامد نامحلول از دوغاب (Slurry) به کار می‌رود.
- (۴) با استفاده از اعمال مکانیکی برای جدا سازی، مواد خالص بدست می‌آیند، در صورتیکه اگر از عملیات انتقال جرم برای جدا سازی استفاده شود، محصول اغلب با جسم دیگری همراه خواهد بود.
- (۵) معیار اصلی انتخاب بهترین روش جدا سازی، هزینه است.
- (۶) انتخاب روش مناسب از بین دو روش بازیابی جز حل شده (Solute - recovery) و یا تفکیک جز به جز، بستگی به خواص فیزیکی سازنده‌گان مخلوط خواهد داشت.
- (۷) فرآیندها در مهندسی شیمی یا به صورت بسته (Batch) انجام می‌شوند یا پیوسته (Continious) فرآیند Batch، فرآیندی ناپایدار است، یعنی در سیستم، تغییرات با زمان داریم و برای ظرفیتهای کم (کمتر از $10^7 \frac{\text{lb}}{\text{year}}$)، یاداشتن محصولات فصلی و خورنگی زیاد مواد، مورد استفاده قرار می‌گیرد. در حالیکه فرآیند پیوسته، فرآیندی پایا می‌باشد، یعنی در هیچ نقطه‌ای از سیستم تغییرات با زمان نداریم و برای ظرفیتهای بالا به کار می‌رود.
- (۸) شدت انتقال جرم بین فازها بستگی به دور بودن سیستم از وضعیت تعادلی، خواص فیزیکی فازها و رژیم جریان دارد.
- (۹) به مقدار متوسط مسافتی که یک مولکول طی می‌کند تا با مولکول دیگر برخورد نماید، مسیر آزاد متوسط مولکول (mean free path) گفته می‌شود.

[سؤالهای چهارگزینه‌ای طبقه‌بندی شده فصل اول]

(سراسری - ۸۷)

۱- فرایند Elution عبارتست از:

(۱) فرایند Absorption به صورت شیمیایی

(۲) فرایند Desorption به کک حلال

(۳) فرایند Stripping به صورت شیمیایی

(۴) فرایند Adsorption در حضور حلال در یک محلول آبی

۲- اگر یک مخلوط مایع A و B با ویسکوزیته زیاد داشته باشیم، کدام یک از روش‌های زیر، برای جداسازی A و B مناسب‌تر و آسان‌تر می‌باشد؟

(۱) جذب سطحی

(۲) تقطیر

[پاسخ سوالهای چهارگزینه‌ای طبقه‌بندی شده فصل اول]

۱- گزینه «۲» صحیح است.

۲- گزینه «۳» صحیح است.

در فرآیند استخراج می‌توان با پراکندن (dispersing) فاز ویسکوز تا حدی اثر ویسکوزیته را از بین برد. در حالیکه در سایر روش‌ها این امکان به سادگی وجود ندارد.

فصل دوم

نفوذ مولکولی در سیالات

۱-۱- تعاریف

نفوذ مولکولی در اثر حرکت مولکولهای یک جسم و بعلت وجود انرژی حرارتی انجام می‌پذیرد. پدیده نفوذ مولکولی در نهایت منجر به یکنواخت شدن غلظت در سرتاسر یک مخلوط می‌گردد. مسافت خالصی را که مولکول در زمان معین و در جهت معین طی می‌کند، شدت نفوذ نامیده می‌شود. نیروی محرك واقعی برای نفوذ (انتقال جرم) ضریب فعالیت یا پتانسیل شیمیابی می‌باشد نه غلظت. بنابراین برابری پتانسیل شیمیابی باعث توقف عمل نفوذ و برقراری تعادل خواهد شد.

۱-۲- نفوذ در سیالات

در حالت کلی دو مکانیزم برای نفوذ وجود دارد:

(۱) نفوذ مولکولی (Molecular Diffusion)

(۲) حرکت توده‌ای سیال یا نفوذ در اثر حرکت توده (Bulk flow)

در یک سیستم هر دو مکانیزم نفوذ به صورت همزمان می‌توانند وجود داشته باشند (ممکن است با هم، هم جهت یا در خلاف جهت هم باشند).

۱-۲-۱- نفوذ مولکولی

مکانیزم انتقال جرم در سیالات ساکن و یا سیالاتی که جریان آرام دارند از طریق نفوذ مولکولی می‌باشد.

۱-۲-۲- حرکت توده

در این حالت حتماً باید سیال حرکت کند. حرکت توده، بواسطه اختلاط، همزدن و... می‌تواند بوجود آید.

۱-۳- محاسبه شار انتقال جرم و سرعت متوسط مولی مخلوط

در انتقال جرم تغییرات مول و جود دارد، که شار آن بیانگر تغییرات مول بر واحد سطح و زمان است. از این رو شدت نفوذ مولکولی را می‌توان بر حسب شار مولی (Molar flux) بیان کرد (در اینجا سطح عمود بر جهت نفوذ، مدنظر است).

برای نشان دادن حرکت هر سازنده دو نوع شار خواهیم داشت:

(۱) شار نسبت به محل مشخصی از فضا که آن را با N نشان می‌دهیم.

(۲) شار یک سازنده نسبت به سرعت مولی متوسط کلیه سازنده‌های دیگر، که آن را با Z نشان می‌دهند.

از شار N در طراحی دستگاههای استفاده می‌شود ولی شار زیبیتر به طبیعت آن سازنده بستگی خواهد داشت.

مولکولها در یک مخلوط دارای سرعت ثابتی هستند که در اثر برخورد با مولکولهای دیگر مسیر و سرعتشان تغییر می‌کند. اگر سرعت تک اجزاء را با هم جمع کرده و بر تعداد مولکولها تقسیم کنیم، یک سرعت متوسط مولکولی حاصل می‌شود. چنانچه در یک مخلوط جزء A را در نظر بگیریم سرعت متوسط مولکولی آن را با V_i و غلظت آن را C_i نشان می‌دهند حاصل ضرب سرعت در غلظت ($V_i \cdot C_i$)، کل نفوذ یا فلاکس مولی (شدت مول از واحد سطح و زمان) را نشان می‌دهد که آن را با Ni نشان می‌دهیم:

$$Ni = C_i V_i$$

که Ni فلاکس مولی بوده و برابر مجموع نفوذ مولکولی و حرکت توده است و نسبت به دستگاه مختصات ساکن است. Ni تابع زمان بوده و برای یک نقطه از مکان نوشته می‌شود. (پس تابع مکان نیز می‌باشد).

برای یک سیستم متشكل از دو جزء A و B می‌توان نوشت:

نفوذ کل جزء A برابر است با:

نفوذ کل جزء B برابر است با:

$N_A + N_B = N$ شار (نفوذ) کلی سیستم در حالت پایا برابر است با:

$$\Rightarrow C_A V_A + C_B V_B = C.u$$

ا) سرعت متوسط مولی مخلوط است که توضیحات آنرا خواهید دید.

از آنجا که میزان عبور یک سازنده از یک نقطه معین است، ولی اندازه سرعت تک مولکولها مشخص نمی‌باشد، برای محاسبه سرعت هر جزء باید از رابطه زیر استفاده کرد:

$$V_i = \frac{Ni}{Ci}$$

که در نتیجه برای کل اجزاء داریم:

$$u = \frac{\sum Ni}{\sum Ci} = \frac{\sum Ci V_i}{C} = \sum x_i V_i \text{ یا } \sum y_i V_i$$

که در رابطه بالا $\sum Ci = C$ غلظت کل و x_i یا y_i بیانگر جزء مولی سازنده A در مخلوط است.

توجه به این نکته بسیار مهم است که حتماً باید برای V_i (سرعت مولی جزء i) جهت خاصی در نظر گرفته شود و همه پارامترهای جهتدار نسبت به آن جهت سنجیده شود.

مثال: مطلوب است محاسبه سرعت مولی متوسط مخلوطی در جهت چپ، در صورتیکه مخلوط متشكل از دو جزء A و B با جزء مولی ۲٪ و ۸٪ باشد (چنانچه جزء A با سرعت $\frac{m}{S}$ به سمت راست، و جزء B با سرعت $\frac{m}{S}$ به سمت چپ حرکت کند).

$$x_A = 0/2$$

$$x_B = 0/8$$

$$V_A = -5 \frac{m}{S}$$

$$V_B = 6 \frac{m}{S}$$

چون حرکت به سمت چپ، مثبت در نظر گرفته می‌شود پس:

در نتیجه داریم:

$$u = \sum x_i V_i \Rightarrow u = x_A V_A + x_B V_B$$

$$\Rightarrow u = 0/2(-\Delta) + 0/8(6) = 3/8 \frac{m}{S}$$

یعنی سرعت متوسط مولی مخلوط برابر $\frac{m}{S}/8$ و به طرف چپ می‌باشد.

نکته: اگر بخواهیم سرعت متوسط جرمی را محاسبه کنیم جزء مولیها را به جزء جرمی تبدیل کرده و در رابطه بالا جاگذاری می‌کنیم.

همانطور که قبلاً گفته شد، شار انتقال جرم برای جزء A برابر است با تعداد مولهای A که در واحد زمان از واحد سطح عبور می‌کند، یعنی:

$$N_A = C_A V_A$$

با افزودن و کاستن ترم $C_A u$ به این معادله داریم:

$$N_A = C_A V_A + C_A u - C_A u$$

$$\Rightarrow N_A = C_A (V_A - u) + C_A u$$

که:

$C_A u$ بیانگر سهمی از شار است که بواسطه حرکت توده‌ای سیال انجام می‌شود و $C_A (V_A - u)$ بیانگر سهمی از شار است که بواسطه نفوذ مولکولی حاصل می‌شود (جزء A نسبت به بالک یک سرعت نسبی دارد که این پارامتر، منجر به نفوذ می‌شود) و آن را با J_A نشان می‌دهیم یعنی:

$$J_A = C_A (V_A - u)$$

حال برای بدست آوردن J_A از قانون اول فیک استفاده می‌کنیم.

۴-۲-قانون اول فیک

اولین کسی که در زمینه نفوذ مولکولی روابطی را ارائه کرد فیک بود. فیک نشان داد که نفوذ مولکولی با اختلاف غلظت، نسبت مستقیم و با فاصله بین دو نقطه، نسبت عکس دارد، یعنی:

$$J_A \propto \frac{dC_A}{dz}$$

برای تبدیل این رابطه به تساوی، از ضریب ثابتی به نام ضریب نفوذ (diffusion coefficient) استفاده می‌کنیم و آنرا با D_{AB} نشان می‌دهیم که شاخصی از قدرت نفوذ است. D_{AB} معیار سهولت نفوذ یک سازنده درون مخلوط است. لذا قانون اول فیک را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$J_A = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz} = -CD_{AB} \frac{dx_A}{dz}$$

J_A : نفوذ مولکولی $\left(\frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right)$

D_{AB} : ضریب نفوذ $\left(\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right)$

$\frac{dC_A}{dz}$: گرادیان غلظت یک سازنده نسبت به فاصله $\left(\frac{\text{mol}}{\text{m}^4} \right)$

علامت منفی در رابطه فوق مشخص کننده آن است که نفوذ درجهتی که غلظت کاهش می‌یابد، انجام می‌شود.

شارمولی نیز مانند انتقال حرارت هدایتی یک بردار است. یعنی می‌توان نوشت:

$$\mathbf{J}_A = J_{Ax} \mathbf{i} + J_{Ay} \mathbf{j} + J_{Az} \mathbf{k} = -D_{AB} \left(\frac{\partial C_A}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial C_A}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial C_A}{\partial z} \mathbf{k} \right)$$

همانطور که گفته شد نفوذ کل جزء A به واسطه نفوذ مولکولی و توده می‌باشد، یعنی:

$$N_A = J_A + C_A u = J_A + x_A \sum N_i$$

برای یک مخلوط دو جزیی داریم:

$$N_A = (N_A + N_B)x_A - D_{AB} \frac{dC_A}{dz} \quad (1) \quad \text{برای جزء A}$$

$$N_B = (N_A + N_B)x_B - D_{BA} \frac{dC_B}{dz} \quad (2) \quad \text{برای جزء B}$$

از حاصل جمع دو رابطه فوق داریم:

$$-D_{AB} \frac{dC_A}{dz} = D_{BA} \frac{dC_B}{dz} \quad (3)$$

$$\Rightarrow J_A = -J_B \Rightarrow J_A + J_B = 0$$

که از رابطه بالا می‌توان نتیجه گرفت که مجموع شارهای نفوذی در یک سیستم برابر صفر است.

$$\sum J_i = 0$$

حال اگر غلظت کل مقدار ثابت باشد داریم:

$$C_A + C_B = C = \text{Cte}$$

$$\Rightarrow \frac{dC_A}{dz} + \frac{dC_B}{dz} = 0 \Rightarrow \frac{dC_B}{dz} = -\frac{dC_A}{dz}$$

با توجه به نتیجه بدست آمده از فرض ثابت بودن غلظت کل، به این نتیجه می‌رسیم که ضرایب نفوذ نیز با

یکدیگر برابر می‌شوند، یعنی:

$$D_{AB} = D_{BA}$$

۵-۲ معادله پیوستگی

چنانچه یک المان حجمی سیال در حال حرکت را در نظر بگیریم و موازنۀ ماده را برای آن بنویسیم، داریم:

(مصرف) Input - (تولید) Generation - (خروجی) Out put + (ورودی) Consumption

= (تجمیع) Accumulation

$$\dot{n}_{Ax} + \dot{n}_{Ay} + \dot{n}_{Az} - (\dot{n}_{A_{x+dx}} + \dot{n}_{A_{y+dy}} + \dot{n}_{A_{z+dz}}) - R_A dx dy dz = \frac{\partial n_A}{\partial t}$$

فصل دوم / نفوذ مولکولی در سیالات ■ ۱۵

در بالا فرض بر این است که تولید نداشته و مصرف طبق واکنش با سرعت R_A داریم که واحد R_A مول بر واحد حجم و زمان مثلاً $\frac{\text{mol}}{\text{lit.S}}$ است و به همین دلیل در حجم ضرب می شود تا واحدها در معادله بالا یکسان شوند.

طبق بسط اول ر داریم:

$$f_{x+dx} = f_x + \frac{\partial f_x}{\partial x} \cdot dx \Rightarrow \dot{n}_{A_{x+dx}} = \dot{n}_{A_x} + \frac{\partial \dot{n}_{A_x}}{\partial x} \cdot dx$$

با توجه به تعریف فوق برای سایر جهات داریم:

$$-\left(\frac{\partial \dot{n}_{A_x}}{\partial x} dx + \frac{\partial \dot{n}_{A_y}}{\partial y} dy + \frac{\partial \dot{n}_{A_z}}{\partial z} dz \right) - R_A dx dy dz = \frac{\partial (C_A \cdot dx dy dz)}{\partial t}$$

لازم به ذکر است که از روابط $n_A = C_A \cdot V$ استفاده شده است.

\dot{n}_A بیانگر مول بر ثانیه و برابر حاصلضرب شار مولی در سطح می باشد، یعنی

$$\dot{n}_A = N_A \cdot A$$

و اگر برای جهت X نوشته شود داریم:

$$\dot{n}_{A_x} = N_{A_x} \cdot A_x$$

که A_x سطحی است که \dot{n}_{A_x} بر آن عمود است، پس داریم:

$$\dot{n}_{A_x} = N_{A_x} \cdot dy dz$$

چنانچه برای \dot{n}_{A_y} و \dot{n}_{A_z} نیز مانند بالا بنویسیم و در رابطه اصلی جاگذاری کنیم، داریم:

$$-\left(\frac{\partial N_{A_x}}{\partial x} + \frac{\partial N_{A_y}}{\partial y} + \frac{\partial N_{A_z}}{\partial z} \right) - R_A = \frac{\partial C_A}{\partial t}$$

جملات داخل پرانتز معادله بالا ∇N_A هستند یعنی داریم:

$$-\nabla N_A - R_A = \frac{\partial C_A}{\partial t}$$

در روابط گذشته دیدیم که:

$$N_A = J_{A_x} + C_A u_x = J_{A_x} + x_A \sum N_i$$

چنانچه رابطه بالا را برای سایر جهات بنویسیم، داریم:

$$-\left(\frac{\partial J_{A_x}}{\partial x} + \frac{\partial J_{A_y}}{\partial y} + \frac{\partial J_{A_z}}{\partial z} + \frac{\partial (C_A u_x)}{\partial x} + \frac{\partial (C_A u_y)}{\partial y} + \frac{\partial (C_A u_z)}{\partial z} \right)$$

$$-R_A = \frac{\partial C_A}{\partial t}$$

که در معادله بالا $\frac{\partial J_{A_x}}{\partial x} + \frac{\partial J_{A_y}}{\partial y} + \frac{\partial J_{A_z}}{\partial z} = \nabla J_A$ معرف نفوذ مولکولی بوده در حالیکه جملات

معرف نفوذ توده (Bulk Flow Diffusion) $\frac{\partial (C_A u_x)}{\partial x} + \frac{\partial (C_A u_y)}{\partial y} + \frac{\partial (C_A u_z)}{\partial z}$ می باشند.

طبق قانون اول فیک داشتیم:

$$J_{Ax} = -D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial x}$$

و با استفاده از این رابطه و جاگذاری در رابطه نهایی نفوذداریم:

$$D_{AB} \left[\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right] - \left[C_A \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + u_x \frac{\partial C_A}{\partial x} + u_y \frac{\partial C_A}{\partial y} + u_z \frac{\partial C_A}{\partial z} \right] - R_A = \frac{\partial C_A}{\partial t}$$

$$D_{AB} \left[\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right] = D_{AB} \nabla^2 C_A = -\nabla J_A$$

که جملات معرف نفوذ مولکولی در معادله بالا هستند.

اگر فرض شود که سیال تراکم‌ناپذیر است آنگاه داریم:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\text{اگر فرض شود حالت پایدار است آنگاه، } \frac{\partial C_A}{\partial t} = 0 \text{ است.}$$

چنانچه فرض شود واکنش شیمیایی نداریم آنگاه $R_A = 0$ می‌شود.

۲-۶-قانون دوم فیک (Fick's Second Law)

چنانچه رابطه نفوذ را با فرضیات زیر، بازنویسی کنیم، به قانون دوم فیک می‌رسیم:

۱) واکنش شیمیایی نداریم (یعنی $R_A = 0$ است).

۲) فقط نفوذ مولکولی داریم، یعنی نفوذ بواسطه حرکت توده نداریم و لذا حرکتی وجود ندارد.

$$-\nabla J_A = \frac{\partial C_A}{\partial t} \quad \text{or} \quad D_{AB} \nabla^2 C_A = \frac{\partial C_A}{\partial t}$$

همانطور که از معادله فوق مشخص است، قانون دوم فیک برای حالت ناپایدار (Unsteady State) توشتی شده است.

قانون دوم فیک تغییرات نفوذ مولکولی (شار مولی نفوذ) را در سه جهت نشان می‌دهد که در نهایت پروفیل غلظت را برای ما مشخص می‌کند، ولی قانون اول فیک نفوذ مولکولی را در یک جهت نشان می‌دهد.

۲-۷-نفوذ مولکولی در حالت پایا در سیالات

سیستمها را از لحاظ نفوذ (انتقال جرم) می‌توان به سه دسته زیر تقسیم کرد:

۲-۷-۱-سیستمهای با نفوذ متقابل با شار مولی مساوی (در حالت پایا)

مهمترین فرآیند در اینحالت تقطیر دو جزیی است. در سایر فرآیندها تقریباً حالت نفوذ در فیلم ساکن صادق است.

در نفوذ متقابل با مولهای مساوی داریم:

$$N_A = -N_B \Rightarrow N_A + N_B = 0 \quad \text{یا} \quad \sum Ni = 0$$

درنتیجه رابطه $N_A = J_A = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz}$ تبدیل به رابطه $N_A = J_A + x_A \sum Ni$ می‌شود.

$$\Rightarrow N_A \int_{z=0}^{z=z} dz = -D_{AB} \int_{C_{A_1}}^{C_{A_\gamma}} dC_A$$

حال باید این رابطه را در دو فاز گاز و مایع مورد بررسی قرار دهیم.

فاز مایع:

با انتگرال‌گیری از رابطه فوق داریم:

$$N_A = \frac{D_{AB}}{Z} (C_{A_1} - C_{A_\gamma}) = \frac{CD_{AB}}{Z} (x_{A_1} - x_{A_\gamma})$$

$$\Rightarrow N_A = \frac{D_{AB}}{Z} \left[\frac{\rho}{M} \right]_{ave} (x_{A_1} - x_{A_\gamma})$$

فاز گاز:

از آنجا که غلظت گازها وابسته به دما و فشار است $\left(C = \frac{P}{RT} \right)$ می‌توان نوشت:

$$N_A = \frac{D_{AB}}{ZRT} (P_{A_1} - P_{A_\gamma}) = \frac{D_{AB} P_t}{ZRT} (y_{A_1} - y_{A_\gamma})$$

دیدیم که در نفوذ متقابل $N_A = J_A$ شد، درنتیجه داریم:

$$N_A = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz} \Rightarrow \frac{dC_A}{dz} = \frac{N_A}{-D_{AB}} = K_1 \Rightarrow C_A = K_1 z + K_2$$

چنانچه معادله فوق را با دو شرط مرزی زیر حل کنیم به رابطه مهمی می‌رسیم که بوسیله آن می‌توان

$$\begin{cases} @z=0 \Rightarrow C_A = C_{A_1} \\ @z=L \Rightarrow C_A = C_{A_\gamma} \end{cases} \quad \text{نموداری برای حالت نفوذ متقابل رسم کرد و توزیع غلظت را نشان داد.}$$

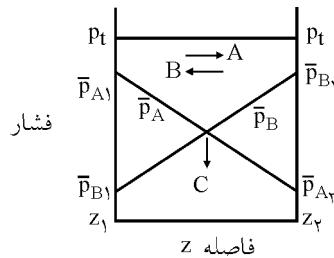
$$\Rightarrow C_A = \left(\frac{C_{A_\gamma} - C_{A_1}}{L} \right) z + C_{A_1}$$

می‌بینیم که در نفوذ متقابل تغییرات غلظت با z خطی و شبیه آن منفی می‌باشد $(C_{A_\gamma} < C_{A_1})$.

چنانچه رابطه فوق را برای گازها بنویسیم، داریم:

$$P_A = \left(\frac{P_{A_\gamma} - P_{A_1}}{L} \right) z + P_{A_1}$$

که با استفاده از رابطه فوق، شکل (۱-۲) داده شده است:



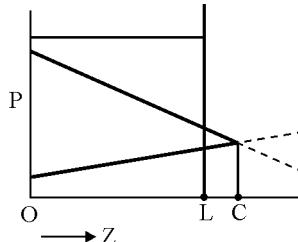
شکل (۱-۲)

با توجه به شکل (۱-۲) داریم:

$$P_{A_1} + P_{B_1} = P_{A_2} + P_{B_2} = P_t$$

از رابطه بالا در می‌یابیم که همواره در این نمودار رابطه $P_t = P_{A_1} + P_{B_1} = P_{A_2} + P_{B_2}$ برقرار است. محلی که دو نمودار یکدیگر را قطع می‌کنند با C نشان داده شده است. اگر بخواهیم این فاصله را بدست آوریم می‌توان از این نکته استفاده کرد که در این نقطه $P_A = P_B$ برابرند و بدین وسیله می‌توان محل تقاطع دو نمودار را بدست آورد (شکل‌های (۱-۲) و (۲-۲)).

اگر ضخامت فیلم خیلی کوچک باشد ممکن است نمودارها یکدیگر را در فاصله مشخص شده (L) قطع نکنند، که برای محاسبه محل تقاطع دو نمودار، از نکته گفته شده در بالا استفاده می‌کنیم. اگر $L > C$ باشد، در ضخامت فیلم انتقال جرم، تقاطع غلظت‌ها وجود ندارد. تصویر این حالت را در شکل (۲-۲) مشاهده می‌کنید.



شکل (۲-۲)

۲-۷-۲- نفوذ در فیلم ساکن در حالت پایا (نفوذ جزء A درون جزء ساکن B، در حالت پایا):

در اینحالت $N_B = \sum Ni$ است (در مخلوط n جزئی i باشد) و با توجه به رابطه کلی نفوذ داریم:

$$N_A + N_B = N_A$$

$$\Rightarrow \sum Ni = N_A$$

پس رابطه $N_A = J_A + x_A \sum Ni$ به رابطه زیر تبدیل می‌شود:

فصل دوم / نفوذ مولکولی در سیالات ■

$$N_A = J_A + x_A N_A$$

$$N_A(1-x_A) = J_A \quad x_A = \frac{C_A}{C_t} = \frac{C_A}{C}$$

$$N_A \left[\frac{C - C_A}{C} \right] = -D_{AB} \frac{dC_A}{dZ}$$

$$N_A \int_{Z=0}^{Z=Z} dZ = CD_{AB} \int_{C_{A_1}}^{C_{A_\gamma}} \frac{dC_A}{C - C_A}$$

$$\Rightarrow N_A = \frac{CD_{AB}}{Z} \ln \left(\frac{C - C_{A_\gamma}}{C - C_{A_1}} \right)$$

غلظت کل طبق رابطه زیر به غلظت اجزاء مرتبط می‌شود:

$$C_{A_1} + C_{B_1} = C_{A_\gamma} + C_{B_\gamma} = C_t = C$$

$$\Rightarrow C_{B_\gamma} - C_{B_1} = C_{A_1} - C_{A_\gamma} \Rightarrow \frac{C_{A_1} - C_{A_\gamma}}{C_{B_\gamma} - C_{B_1}} = 1$$

با ضرب عبارت $\frac{C_{A_1} - C_{A_\gamma}}{C_{B_\gamma} - C_{B_1}}$ در رابطه شار کل N_A داریم:

$$N_A = \frac{CD_{AB}}{Z} \ln \frac{C_{B_\gamma}}{C_{B_1}} \times \frac{C_{A_1} - C_{A_\gamma}}{C_{B_\gamma} - C_{B_1}}$$

که این رابطه نهایی را باید برای دو فاز مایع و گاز مورد بررسی قرار دهیم.

برای فاز مایع داریم:

$$N_A = \frac{CD_{AB}}{ZC_{BM}} (C_{A_1} - C_{A_\gamma})$$

که متوسط لگاریتمی غلظت‌ها و عبارت است از:

$$C_{BM} = \frac{C_{B_\gamma} - C_{B_1}}{\ln \left(\frac{C_{B_\gamma}}{C_{B_1}} \right)}$$

حال اگر طرفین رابطه بالا را بر غلظت کل تقسیم کنیم داریم:

$$x_{BM} = \frac{C_{BM}}{C}$$

$$\Rightarrow x_{BM} = \frac{x_{B_\gamma} - x_{B_1}}{\ln \left(\frac{x_{B_\gamma}}{x_{B_1}} \right)}$$

$$\Rightarrow N_A = \frac{CD_{AB}}{Zx_{BM}}(x_{A_1} - x_{A_2}) = \frac{D_{AB}}{Zx_{BM}} \left(\frac{\rho}{M} \right)_{ave} (x_{A_1} - x_{A_2})$$

برای فاز گاز با توجه به رابطه $C = \frac{P}{RT}$ داریم:

$$N_A = \frac{D_{AB}P}{RTz_{BM}}(P_{A_1} - P_{A_2}) = \frac{D_{AB}P}{ZRTy_{BM}}(y_{A_1} - y_{A_2})$$

$$, \quad y_{BM} = \frac{(y_{B_2} - y_{B_1})}{\ln(\frac{y_{B_2}}{y_{B_1}})}$$

با توجه به رابطه $J_A = -D_{AB} \frac{dx_A}{dz}$ و رابطه $N_A = J_A + x_A \frac{dC_A}{dz}$ داریم:

$$N_A(1-x_A) = J_A = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz}$$

$$\Rightarrow N_A = \frac{-D_{AB}}{1-x_A} \cdot \frac{dC_A}{dz} \Rightarrow -D_{AB} C \frac{dx_A}{1-x_A} = N_A dz$$

$$\Rightarrow \int_{1-x_A}^{-dx_A} = K_1 \int_{Z_1}^{Z_2} dz , \quad K_1 = \frac{N_A}{CD_{AB}}$$

$$\Rightarrow \ln(1-x_A) = K_1 Z + K_2$$

$$\Rightarrow 1-x_A = \exp(K_1 Z + K_2)$$

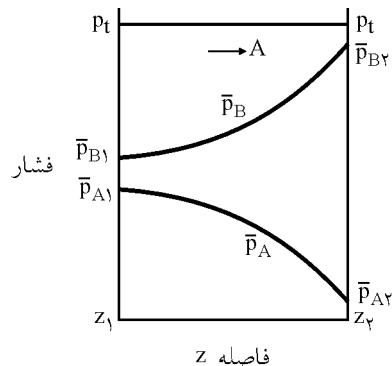
با توجه به شرایط مرزی و حل کلی معادله رابطه توزیع غلظت به شکلی که مشاهده می‌کنید، حاصل می‌شود.

$$at \quad Z=Z_1 , \quad x_A=x_{A_1}$$

$$at \quad Z=Z_2 , \quad x_A=x_{A_2}$$

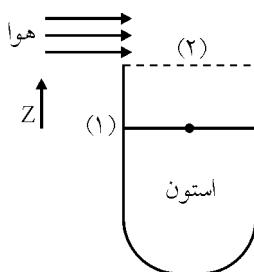
$$\Rightarrow \left(\frac{1-x_A}{1-x_{A_1}} \right) = \left(\frac{1-x_{A_2}}{1-x_{A_1}} \right)^{\frac{Z-Z_1}{Z_2-Z_1}}$$

تغییرات غلظت (فشار جزئی) در این حالت بصورت نمایی با Z تغییر می‌کند و نقطه تلاقی نیز با هم ندارند. نمودار این حالت را در شکل (۳-۲) مشاهده می‌کنید.



شکل (۳-۲) نفوذ جزء A درون جزء ساکن B

مثال: ظرفی از استن مشابه شکل (۴-۲) را در نظر بگیرید که استن به درون هوا نفوذ می‌کند. در این صورت



شکل (۴-۲)

می‌توان نوشت:

(۱) نفوذ در فیلم ساکن است.

(۲) فشار در سطح مایع ($P_{A,1}$) برابر فشار بخار استن است یعنی $P_{A,1} = P_A^{\text{Sat}}$.

(۳) اگر هوا خالص باشد آنگاه $P_{A,1} = P_A^{\text{Sat}}$ است (زیرا استنی در هوا وجود ندارد) که در این حالت $P_{B,2} = P_t$ برقرار است.

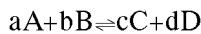
(۴) برای محاسبه N_A می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$N_A = \frac{D_{AB} P_t}{ZRT} \ln\left(\frac{\frac{P_{A,1}}{P_t}}{\frac{P_{A,1}}{P_t}}\right) = \frac{D_{AB} P_t}{ZRT} \ln\left(\frac{P_t - P_{A,1}}{P_t - P_{A,1}}\right) = \frac{D_{AB} P_t}{ZRT} \ln \frac{P_{B,2}}{P_{B,1}}$$

هدف از تبدیل رابطه N_A به شکل متوسط لگاریتمی، ایجاد نیرو محرکه است که در فصل بعد مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۷-۳-نفوذ در سیستمهای همراه با واکنش شیمیایی

چنانچه سیستمی همراه با واکنش شیمیایی باشد آنگاه این واکنش روی $\sum Ni$ تاثیر می‌گذارد. به عنوان مثال چنانچه واکنش زیر در سیستمی انجام شود، داریم:



$$\Rightarrow \frac{N_A}{a} = \frac{N_B}{b} = \frac{-N_C}{c} = \frac{-N_D}{d}$$

$$N_A = J_A + x_A \sum Ni$$

$$\sum Ni = N_A + N_B + N_C + N_D = N_A + \frac{bN_A}{a} - \frac{cN_A}{a} - \frac{dN_A}{a}$$

$$\Rightarrow \sum Ni = N_A \left[\frac{(a+b)-(c+d)}{a} \right]$$

از طرف دیگر فرض می‌کنیم که $r_A = \frac{N_A}{\sum Ni}$ باشد، درنتیجه $N_A = \frac{N_A}{r_A}$ و با جاگذاری در رابطه کلی داریم: N_A

$$N_A = J_A + x_A \frac{N_A}{r_A} \Rightarrow N_A \left[\frac{r_A - x_A}{r_A} \right] = J_A$$

$$\Rightarrow N_A = r_A \frac{CD_{AB}}{Z} \ln \left[\frac{r_A C - C_{A_\gamma}}{r_A C - C_{A_1}} \right] = r_A \frac{CD_{AB}}{Z} \ln \left[\frac{r_A - x_{A_\gamma}}{r_A - x_{A_1}} \right]$$

اگر بخواهیم رابطه فوق را برای فاز گاز بنویسیم، $y_A = \frac{P_A}{P_t}$ به جای x_A قرار می‌گیرد و داریم:

$$N_A = r_A \frac{D_{AB} C}{Z} \ln \left(\frac{r_A - y_{A_\gamma}}{r_A - y_{A_1}} \right) = \frac{r_A D_{AB} P}{RTZ} \ln \left(\frac{r_A P - P_{A_\gamma}}{r_A P - P_{A_1}} \right)$$

نکته: اگر واکنش خیلی سریع باشد آنگاه x_{A_γ} و یا y_{A_γ} برابر «صفر» است.

۷-۴-نکاتی در مورد ضریب نفوذ مولکولی

- ضریب نفوذ مولکولی (D_{AB}) یکی از خواص سیستم بوده و در حالت کلی وابسته به فشار، درجه حرارت و طبیعت سازنده‌های سیستم است.

- واحد ضریب نفوذ مولکولی $\frac{m^2}{S}$ بوده و دارای دیمانسیون $\frac{L^2}{T}$ می‌باشد.

- ضریب نفوذ مولکولی عکس ضریب هدایت حرارتی است یعنی در حالت کلی نفوذ در گازها بیشتر از مایعات و در مایعات بیشتر از جامدات است، مقایسه زیر را می‌توان در نظر گرفت:

$$D_{\text{گازها}} > D_{\text{جامدات}} > D_{\text{مایعات}}$$

- مرتبه بزرگی ضریب نفوذ گاز در گاز در حدود $10^{-5} \frac{m^2}{S}$ یا $10^{-6} \frac{m^2}{S}$ است.

- مرتبه بزرگی ضریب نفوذ مایع در مایع در حدود $\frac{Cm^2}{S} \cdot 10^{-9}$ یا $\frac{m^2}{S} \cdot 10^{-5}$ است.

- مرتبه بزرگی ضریب نفوذ در جامدات در حدود $\frac{m^2}{S} \cdot 10^{-12}$ است.

- ضریب نفوذ گاز در مایع به حالت مایع در مایع نزدیکتر است تا حالت گاز در گاز.

- در حالت کلی ضریب نفوذ در سیستم گاز - گاز به پارامترهای زیر وابسته است:

$$D \sim T^{\frac{3}{2}} \quad (1)$$

$$D \sim \frac{1}{P} \quad (2)$$

$$(3) \quad D \sim \frac{1}{r_{AB}^2} \quad (\text{فاصله بین دو مولکول در حالت برخورد است: } r_{AB})$$

در حالت کلی می‌توان تابعیت ضریب نفوذ در گازها به پارامترهای مختلف را به صورت زیر نمایش داد:

$$\Rightarrow \frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{P_1}{P_2} \right) \left(\frac{r_{AB1}}{r_{AB2}} \right)^2$$

که از رابطه فوق می‌توان ضریب نفوذ در شرایط جدید، را با استفاده از شرایط معلوم اولیه محاسبه کرد.

- جرم‌های مولکولی A و B (M_A و M_B) نیز در ضریب نفوذ گازها موثر هستند.

- انرژی جاذبه مولکولی AB^{∞} و تابع برخورد نیز در ضریب نفوذ گازها موثرند که به واسطه پیچیدگی رابطه از آوردن آن خودداری شده است.

- ضریب نفوذ در گازها تابع غلظت نمی‌باشد.

ضریب نفوذ در مایعات به پارامترهای زیر وابسته است:

$$D \sim T \quad (1)$$

$$D \sim \frac{1}{\mu} \quad (2)$$

$$D \sim \left(\frac{1}{\nu} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3)$$

ν ، حجم مولی و عکس غلظت است و برابر $\frac{M}{\rho}$ بوده و از جنس غلظت می‌باشد.

در حالت کلی تابعیت ضریب نفوذ مایعات به پارامترهای مختلف به صوت رابطه زیر ارائه می‌شود:

$$\Rightarrow \frac{D_2}{D_1} = \frac{T_2}{T_1} \times \frac{\mu_1}{\mu_2} \times \left[\frac{\nu_{AB1}}{\nu_{AB2}} \right]^{\frac{1}{3}}$$

- ضریب نفوذ در مایعات علیرغم گازها، تابع غلظت می‌باشد.

- همانطور که از روابط فوق مشخص است حساسیت ضریب نفوذ به دما در گازها بیشتر از مایعات است.

یعنی اگر دما دو برابر شود، تاثیر بیشتری روی ضریب نفوذ گازها می‌گذارد.

- در روابط فوق، دمای مطلق (کلوین یا رانکین) مدنظر است.

- در مایعات با افزایش جرم ملکولی حلال (M_B) و ضریب تجمع ملکولی حلال (ϕ), ضریب نفوذ افزایش می‌یابد ($D \sim \sqrt{\phi M_B}$).

- در پلیمرها ضریب نفوذ ملکولی متناسب با عکس ریشه دوم جرم ملکولی پلیمر ($D_{AB} \sim \frac{1}{\sqrt{M}}$) و ضریب خودنفوذی متناسب با عکس مرربع جرم ملکولی پلیمر ($D_{AA} \sim \frac{1}{M^2}$) می‌باشد.

۹-۲- نفوذ در مخلوط‌های چند جزیی در حالت پایا

نفوذ در مخلوط‌های چند جزیی را می‌توان با استفاده از یک ضریب نفوذ موثر و با استفاده از روابط قبل بدست آورد.

۹-۱- ضریب نفوذ موثر یک جزء در یک مخلوط

در حالت کلی می‌توان ضریب نفوذ موثر ($D_{A,m}$) را از رابطه زیر، محاسبه کرد:

$$D_{A,m} = \frac{N_A - y_A \sum_{i=A}^n N_i}{\sum_{i=A}^n \frac{1}{D_{A,i}} (y_i N_A - y_A N_i)}$$

که در رابطه بالا، y_i ضرائب نفوذ دو جزیی و $D_{A,m}$ ضریب نفوذ موثر است که $D_{A,m}$ ممکن است در مسیر نفوذ تغییر کند، زیرا $D_{A,m}$ بستگی به اجزای مولی سازنده‌ها (y_i ها) دارد، پس بدلیل وابستگی به y_i ، تابع مسیر است.

حالت خاص، که غالباً صادق است، نفوذ فقط یک جزء در مخلوط می‌باشد، یعنی کلیه N_i ها به جزء A ، صفر است. درنتیجه معادله $D_{A,m}$ به شکل رابطه (۱-۲) در می‌آید:

$$D_{A,m} = \frac{1 - y_A}{\sum_{i=B}^n \frac{y_{A,i}}{D_{A,i}}} = \frac{1}{\sum_{i=B}^n \frac{y'_{A,i}}{D_{A,i}}} \quad (1-2)$$

که در این رابطه، y'_i جزء مولی سازنده نه بر مبنای مخلوط فاقد A است.

نکته: ضریب نفوذ موثر یک جزء در یک مخلوط زمانی با ضریب نفوذ آن جزء در یک جزء دیگر (مثل i) برابر می‌شود که ضریب نفوذ آن جزء در تمام اجزاء با هم برابر باشد یعنی زمانی $D_{A,m} = D_{A,i}$ می‌شود که داشته باشیم:

$$D_{AB} = D_{AC} = D_{AD} = \dots$$

مثال: اگر مواد A و B و C ، هر کدام به ترتیب شامل 10 و 20 و 30 مول سازنده‌های یک مخلوط باشند داریم:

$$n_t = n_A + n_B + n_C \Rightarrow n_t = 60 \text{ mole}$$

$$y_A = \frac{n_A}{n_t} = \frac{1}{6}$$

۲۵ ■ فصل دوم / نفوذ مولکولی در سیالات

$$y_B = \frac{n_B}{n_t} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \& \quad y_C = \frac{n_C}{n_t} = \frac{1}{2}$$

ولی اگر بخواهیم جزء مولی مواد B و C را بدون حضور جسم A محاسبه کنیم، داریم:

$$n_t = n_B + n_C = 20 + 30 = 50$$

$$y'_B = \frac{n_B}{n_B + n_C} = \frac{2}{5} \quad \& \quad y'_C = \frac{n_C}{n_B + n_C} = \frac{3}{5}$$

مثال: ضریب نفوذ هیدروژن در هوا را محاسبه کنید.

$$D_{H_2\text{-Air}} = ?$$

هوا مخلوطی از نیتروژن و اکسیژن است. پس ضریب نفوذ موثر (نفوذ یک جز در یک مخلوط) را باید محاسبه کرد.

هوا را مخلوطی از اکسیژن و نیتروژن به نسبتهای ۲۱ و ۷۹ در نظر می‌گیریم، پس در آن هیدروژن وجود ندارد و مخلوط خود به خود فاقد هیدروژن می‌باشد یعنی:

$$y'_{O_2} = 0/21 \quad \& \quad y'_{N_2} = 0/79$$

با استفاده از رابطه ۱-۲ داریم:

$$\Rightarrow D_{H_2\text{-Air}} = \frac{1}{\frac{y'_{O_2}}{D_{H_2\text{-O}_2}} + \frac{y'_{N_2}}{D_{H_2\text{-N}_2}}}$$

$$\Rightarrow D_{H_2\text{-Air}} = \frac{1}{\frac{0/21}{(D_{H_2\text{-O}_2})} + \frac{0/79}{(D_{H_2\text{-N}_2})}}$$

۱۰- تشابهات بین پدیده‌های انتقال

در مکانیک سیالات دیدیم که تنش برشی بیانگر فلاکس مومنتوم است، یعنی:

$$\tau = -\mu \frac{du}{dy} = -\frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{d(\rho u)}{dy}, \quad \nu = \frac{\mu}{\rho} \Rightarrow$$

$$\text{Momentum Flux: } \tau = -\nu \frac{d(\rho u)}{dy}$$

و در انتقال حرارت داشتیم:

$$q'' = -K \frac{dT}{dx} \quad \& \quad \alpha = \frac{K}{\rho C_p}$$

$$\Rightarrow \text{Heat Flux: } q'' = -\alpha \frac{d(\rho C_p T)}{dx}$$

و در انتقال جرم دیدیم که:

$$\text{Molar Flux: } J_A = -D_{AB} \frac{dC_A}{dZ}$$

هر سه انتقال فوق ماهیت مولکولی دارند و در جریان آرام مورد استفاده قرار می‌گیرند به طوریکه تمام

ضرایب بالا واحد یکسانی دارند. به عنوان مثال:

$$[\nu] = [\alpha] = [D_{AB}] = \frac{m^2}{s}$$

تشابه موجود بین پدیده‌های انتقال حرکت، حرارت و جرم را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:
در حالات ساده خاص، تشابه کامل بین سه پدیده فوق وجود دارد. اما وقتی در هر سه جهت وجود داشته باشد، طبیعت متفاوت انتقال مقدار حرکت، سبب از بین رفتن این تشابه خواهد گردید. هم چنین در مواردیکه انتقال مقدار حرکت و جرم، به صورت توازن انجام می‌شود، این تشابه با انجام تغییراتی برقرار می‌شود.
نکته: انتقال جرم روی پروفیل سرعت نیز تاثیر می‌گذارد.

۱۱-۲- ضریب خودنفوذی (Self diffusivity)

ضریب خودنفوذی مربوط به نفوذ یک ماده در خودش یا نفوذ یک جزء در جزء مشابه می‌باشد و معمولاً برای گازها مطرح می‌شود.

طبق تئوری جنبشی گازها، ضریب خودنفوذی گازها برابر ویسکوزیتی سینماتیک است، یعنی:

$$D_{AA} = \frac{1}{\tau} \omega \lambda = \frac{\mu_A}{\rho_A} = \nu_A$$

λ : فاصله متوسط آزاد (Mean free path)، که برابر است با فاصله متوسطی که یک مولکول گاز بین دو برخورد متواالی طی می‌کند.

ω : سرعت متوسط مولی

این مسئله در مورد انتقال حرارت نیز مطرح می‌شود که داریم:

$$\alpha = \frac{K}{\rho C_p} = \frac{1}{\tau} \omega \lambda \cdot \frac{C_v}{C_p}$$

۱۲-۲- نکاتی در مورد اعداد پرانتل، اشمتیت و لوئیس

عدد بدون بعد اشمتیت تشابه بین انتقال مومنتوم و انتقال جرم (نفوذ)، یا به عبارت دیگر تشابه بین سیالات و جرم را بیان می‌کند و طبق تعریف برابر است با:

$$Sc = \frac{\nu}{D} = \frac{\mu}{\rho D}$$

عدد بدون بعد پرانتل تشابه بین انتقال مومنتوم و نفوذ حرارتی، یا به عبارت دیگر تشابه بین سیالات و حرارت را بیان می‌کند و طبق تعریف برابر است با:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu C_p}{K}$$

طبق تئوری جنبشی گازها، عدد اشمتیت برای گازها باید برابر یک باشد. (چون $D_{AA} = \nu_A$ شد پس $Sc = \frac{\nu}{D}$ می‌شود) عموماً این مقدار (عدد Sc) برای گازها بین ۰/۶۷ تا ۰/۸۳ در حال تغییر است. در مخلوطهای دو جزیی گاز، این عدد ممکن است تا حدود ۵ بالا برود.

در مایعات عدد Sc بزرگتر از گازها است، مثلاً برای خودنفوذی آب در ۲۹۷°C برابر ۲۵۰ و برای مایعات با ویسکوزیتی بیشتر و ضریب نفوذ کمتر، این مقدار ممکن است تا چند هزار نیز افزایش پیدا کند.

عدد Pr برای گازها از مایعات کمتر است و برای گازها در فشارهای پایین و با توجه به ساختمان مولکولی آن، در حدود $0.65/0.9$ است و تقریباً می‌توان گفت که به یک میل می‌کند. عدد Pr در مایعات خیلی بزرگ نیست. اما همانطور که گفتیم، عدد پرانتل در مایعات از گازها بیشتر است، مثلًا برای آب در حدود $0.7/0.2$ است.

در شرایط مشابه عدد Sc کوچکتر است. همواره در حالت کلی، حد $\min(Sc, Pr)$ برای عدد Pr است، مثلًا عدد Pr برای فلزات مایع در حدود $0.08/0.08$ می‌باشد. البته در این حالت استثنای نیز وجود دارد، مثلًا عدد Pr برای روغن موتور در حدود $0.0008/0.0008$ است که هیچ عدد اشمیتی به این بزرگی نیست.

در گازهای اعداد Sc و Pr تقریباً با هم برابرند و به یک میل می‌کنند.

عدد بدون بعد لوئیس از تقسیم ضریب نفوذ حرارتی به ضریب نفوذ جرمی بدست می‌آید و برابر است با:

$$Le = \frac{Sc}{Pr}$$

کاربرد عدد لوئیس معمولاً زمانی است که انتقال حرارت و انتقال جرم را به صورت همزمان داریم و می‌توان به فرآیندهای رطوبت‌دهی و رطوبت‌زدایی اشاره کرد.

۱۳-۲- معادلات نفوذ یک بعدی، پایدار و بدون واکنش شیمیایی در مختصات کارتزین، استوانه‌ای و کروی

۱۳-۲-۱- مختصات کارتزین

اگر المانی از سیال را در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{aligned} \dot{n}_A \Big|_z - \dot{n}_A \Big|_{z+dz} &= 0 \quad \& \quad \dot{n}_A = N_A \cdot A \\ \Rightarrow N_A \cdot A \Big|_z - N_A \cdot A \Big|_{z+dz} &= 0 \quad \Rightarrow \frac{d(N_A \cdot A)}{dz} = 0. \end{aligned}$$

چون A در مختصات کارتزین مقداری ثابت است پس:

$$\frac{dN_A}{dz} = 0 \quad \Rightarrow \quad N_A = Cte$$

به عبارت دیگر، در سیستم کارتزین مقدار N_A ثابت و مستقل از Z است.

۱۳-۲-۲- مختصات استوانه‌ای

یک المان روی شعاع داخلی در نظر می‌گیریم. مساحتی که در هر نقطه A_{Ar} بر آن عمود است، استوانه‌ای با مساحت $2\pi r L$ است، لذا داریم:

$$\begin{aligned} n_A \Big|_r - n_A \Big|_{r+dr} &= 0 \\ \Rightarrow N_A \cdot A \Big|_r - N_A \cdot A \Big|_{r+dr} &= 0 \quad \& \quad A = 2\pi r L \end{aligned}$$

$$\Rightarrow N_{Ar} \cdot \pi r L \Big|_r - N_{Ar} \cdot \pi r L \Big|_{r+dr} = 0 \\ \Rightarrow \frac{d(N_{Ar} \cdot r)}{dr} = 0 \Rightarrow N_{Ar} \cdot r = Cte \quad \text{or} \quad N_{Ar} \sim \frac{1}{r}$$

به عنوان مثال در حل مسائل می‌توان نوشت:

$$N_{Ar_1} \cdot r_1 = N_{Ar_2} \cdot r_2 = Cte$$

۳-۱۳-۲- مختصات کروی

برای کره هم محاسبات مشابه را می‌توان انجام داد، با این تفاوت که در کره $A = 4\pi r^2$ است. با نوشته معادله موازن‌های داریم:

$$\Rightarrow N_A \cdot 4\pi r^2 \Big|_r - N_A \cdot 4\pi r^2 \Big|_{r+dr} = 0 \\ \Rightarrow \frac{d(N_A \cdot r^2)}{dr} = 0 \Rightarrow N_A \cdot r^2 = Cte \quad \text{or} \quad N_A \sim \frac{1}{r^2}$$

به عنوان مثال در این حالت می‌توان نوشت:

$$N_{Ar_1} \cdot r_1^2 = N_{Ar_2} \cdot r_2^2 = Cte$$

در این قسمت به بررسی انتقال جرم در خارج کردن صلب در محیطی ساکن می‌پردازیم.

۴-۱۳-۲- بررسی انتقال جرم در خارج کردن صلب در شرایط یکنواخت

کره‌ای به شعاع R در نظر بگیرید. این کره می‌تواند کره جامد یا کره سیال صلب (همچون جامد) فرض شود. انتقال جرم از کره به اطراف صورت می‌گیرد. شرایط عملیاتی دما و فشار ثابت است. سیستم را دو جزئی در نظر گفته و فقط انتقال جزء A (از کره به اطراف) صورت می‌گیرد در این حالت، انتقال جرم را یک بعدی و در جهت τ در نظر می‌گیریم. با نوشتندۀ موافقت داریم:

$$N_{Ar} = J_{Ar} + x_A (N_{Ar} + N_{Br}) \\ N_{Br} = 0$$

با فرض اینکه غلظت کل ثابت است داریم:

$$N_{Ar} = -D_{AB} \frac{dC_A}{dr} + x_A N_{Ar} \\ N_{Ar} = -\frac{D_{AB}}{1-x_A} \cdot \frac{dC_A}{dr} = -\frac{D_{AB} \cdot C}{C-C_A} \frac{dC_A}{dr} \\ x_A = \frac{C_A}{C}$$

۲۹ ■ فصل دوم / نفوذ مولکولی در سیالات

شار N_{Ar} متغیر ولی شدت انتقال جرم ثابت است و لذا داریم:

$$\dot{m}_A = N_{Ar} \cdot A_r \cdot M_A \Bigg|_{\substack{r=r= \\ r \geq R}} \quad , \quad A_r = \pi r^2$$

$$= - \frac{D_{AB} \cdot C}{C - C_A} \cdot \pi r^2 \cdot M_A \cdot \frac{dC_A}{dr}$$

$$\dot{m} \frac{dr}{r^2} = - \frac{D_{AB} \cdot C}{C - C_A} \cdot \pi \cdot M_A \cdot dC_A$$

: شرایط مرزی

$$B.C_1 \quad r=R \quad C_A = C_{AS} = C_A^*$$

غلظت روی سطح (فصل مشترک) می‌باشد.

$$B.C_2 \quad r=r \quad C_A = C_A$$

غلظت در شعاع r از مرکز کره می‌باشد.

$$\dot{m}_A = \frac{\pi \cdot D_{AB} \cdot C \cdot M_A \cdot r \cdot R}{r - R} \ln \frac{C - C_A}{C - C_{AS}}$$

با اعمال شرایط مرزی داریم:

رابطه فوق، دبی جرمی از کره‌ای به شعاع R به نقطه‌ای به فاصله r از مرکز کره را می‌دهد.

در حالت یکنواخت، بدون هیچگونه واکنش شیمیایی می‌توان معادله بیلان را به صورت زیر نوشت:

$$N_{Ar} \cdot A_r \cdot M_A \Bigg|_r - N_{Ar} \cdot A_r \cdot M_A \Bigg|_{r+\Delta r} = 0$$

$$A_r = \pi r^2$$

$$-\frac{d(N_{Ar} \cdot r^2)}{dr} = 0 \quad \text{یا} \quad N_{Ar} \cdot r^2 = \text{ثابت}$$

$$\dot{m}_A = N_{Ar} \cdot \pi r^2 \cdot M_A \Bigg|_{\substack{r=r= \\ r \geq R}}$$

مثال ۱۰- انتقال جرم از کره‌ای به شعاع R به نقطه‌ای به فاصله r از مرکز کره صورت می‌گیرد.

هدف محاسبه عدد شروود (Sh) می‌باشد.

با توجه به رابطه قبل داریم:

$$\dot{m}_A = N_{Ar} \cdot A_r \cdot M_A \Bigg|_{r \geq R} = \frac{\pi \cdot M_A \cdot D_{AB} \cdot C \cdot r \cdot R}{r - R} \ln \frac{C - C_A}{C - C_{AS}}$$

از طرفی مقدار فلاکس انتقال جرم از سطح کره به محیط اطراف را به صورت حاصلضرب ضریب k_C (ضریب انتقال جرم) در نیروی محرکه ΔC نیز می‌توان تعریف کرد. لذا داریم:

$$\begin{aligned} N_{Ar} \Big|_{r=R} &= k_c \cdot \Delta C = k_c (C_{AS} - C_A) \\ \dot{m}_A \Big|_{r=R} &= N_{Ar} \cdot A M_A \Big|_{r=R} = k_c (C_{AS} - C_A) \frac{4\pi R^2}{3} M_A \end{aligned}$$

از تساوی دو رابطه فوق به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\frac{\frac{4\pi M_A D_{AB} C r R}{r-R} \ln \frac{C - C_A}{C - C_{AS}}}{k_c} = k_c (C_{AS} - C_A) \frac{4\pi R^2}{3} M_A$$

$$C_A + C_B = C_{AS} + C_{BS} = C = \text{غلظت کل}$$

$$\frac{D_{AB} C r}{r-R} \ln \frac{C_B}{C_{BS}} = k_c R (C_B - C_{BS})$$

$$C_{B,M} = \frac{C_B - C_{BS}}{\ln \frac{C_B}{C_{BS}}} , \quad R = \frac{d}{2}$$

با جاگذاری C_{BM} داریم:

$$\frac{k_c C_{B,M} d}{C D_{AB}} = \frac{2r}{r-R}$$

با توجه به تعریف عدد شروود (Sh) و روابط فوق داریم:

$$Sh = \frac{K_c d}{D_{AB}} = \frac{F d}{C D_{AB}} , \quad F = K_c C_{BM}$$

که رابطه Sh برابر خواهد بود با:

$$Sh = \frac{2r}{r-R}$$

اگر انتقال جرم از کره به نقطه‌ای بسیار دور از مرکز کره در نظر گرفته شود داریم:

$$\frac{r}{R} = \infty \quad \text{یا} \quad r \gg R \quad Sh = 2$$

۱۳-۵-تغییرات قطر کره با زمان:

با نوشتن معادله موازنہ برای کره داریم:

$$\dot{m}_1 - \dot{m}_2 = \frac{dm}{dt}$$

$$\dot{m}_1 = 0 , \quad \dot{m}_2 = \dot{m}_A , \quad m = \rho_A V \quad \text{جرم کره} , \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3 , \quad R = \text{شعاع کره}$$

۳۱ ■ فصل دوم / نفوذ مولکولی در سیالات

$$-\dot{m}_A = \rho_A \frac{dv}{dt} = \frac{4}{3} \pi \rho_A \times \frac{4}{3} R^2 \frac{dR}{dt}$$

با جاگذاری مقدار \dot{m}_A از قبل داریم:

$$-\frac{4\pi M_A \cdot D_{AB} \cdot C_r \cdot R}{r - R} \ln \frac{C - C_A}{C - C_{AS}} = 4\pi \rho_A R^2 \cdot \frac{dR}{dt}$$

$$r \geq R \quad , \quad 0 \leq t \leq t \quad \text{و اولیه} \quad R \leq R_t$$

$$t = \frac{\rho_A}{D_{AB} \cdot C \cdot M_A \cdot \ln \frac{C - C_A}{C - C_{AS}}} \left[\frac{1}{2} (R^2 - R_t^2) - \frac{1}{3} r (R^3 - R_t^3) \right]$$

رابطه فوق زمان لازم برای تغییر شعاع کره از شعاع R به R_t وقتی انتقال جرم در شرایط یکنواخت و از سطح کره به نقطه‌ای به فاصله r از مرکز کره صورت می‌گیرد را خواهد داد.

۱۳-۲- انتقال جرم خارج یک استوانه در شرایط یکنواخت

اگرچه انتقال جرم در خارج یک استوانه در شرایط یکنواخت مانند انتقال جرم در خارج یک کره کاربرد وسیعی ندارد، لیکن می‌توان به مواردی نظریه تصنیعید، لیچینگ (استخراج جامد - مایع)، جذب و انتقال جرم در خارج یک استوانه و در شرایط یکنواخت اشاره نمود.

استوانه‌ای به شعاع R و ارتفاع L در نظر بگیرید که انتقال جرم از سطح جانبی استوانه به محیط اطراف آن صورت می‌گیرد. فرض کنید مقدار انتقال جرم کم است به نحویکه بتوان از حرکت توده‌ای صرف نظر کرد. انتقال جرم یک بعدی و در جهت r می‌باشد. لذا داریم:

$$N_{Ar} = J_{Ar} + x_A (N_{Ar} + N_{Br})$$

$$N_{Ar} = J_{Ar}$$

$$N_{Ar} \cdot A_r \Big|_{r=r} = J_{Ar} \cdot A_r \Big|_{r \geq R} = \text{ثابت}$$

$$\dot{m}_A = N_{Ar} \cdot S_r \cdot M_A \Big|_{r \geq R} = (-D_{AB} \cdot \frac{dC_A}{dr}) (\gamma \pi r L) (M_A)$$

شرطیت مرزی موجود عبارتند از:

$$r = R \quad C_A = C_A^* \quad , \quad r = r \quad C_A = C_A$$

با اعمال شرایط مرزی در رابطه فوق خواهیم داشت:

$$\dot{m}_A = \frac{\gamma \pi L \cdot M_A \cdot D_{AB} \cdot (C_A^* - C_A)}{\ln \frac{r}{R}}$$

رابطه فوق انتقال جرمی که در واحد زمان از استوانه‌ای به شعاع R به نقطه‌ای به شعاع r از مرکز استوانه

صورت می‌گیرد را نشان می‌دهد.

با توجه به رابطه مشابه که داریم:

$$N_{Ar} = k_C(C_A^* - C_A)$$

$$\dot{m}_A = (N_{Ar} \cdot A_r \cdot M_A) \Big|_{r \geq R} = \text{ثابت} = (N_{Ar} \cdot A_r \cdot M_A) \Big|_{r=R}$$

$$\dot{m}_A = k_C \cdot (C_A^* - C_A) \cdot \pi R \cdot L \cdot M_A$$

$$Sh = \frac{k_C \cdot d}{D_{AB}}$$

عدد بدون بعد شروود را برای خارج استوانه و زمانیکه حرکت توده‌ای نداریم به صورت

$$Sh = \frac{k_C \cdot R}{D_{AB}} = \frac{1}{\ln \frac{r}{R}}$$

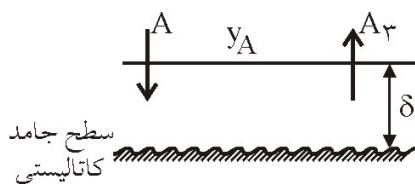
تعريف می‌کنیم که d قطر استوانه و k_C ضریب انتقال جرم است، بنابراین از تساوی دو رابطه فوق برای \dot{m}_A خواهیم داشت:

$$Sh = \frac{k_C \cdot d}{D_{AB}} = \frac{1}{\ln \frac{r}{R}}$$

$$= \frac{\pi L \cdot D_{AB} \cdot (C_A^* - C_A)}{\ln \frac{r}{R}}$$

〔سؤالهای چهارگزینه‌ای طبقه‌بندی شده فصل دوم〕

- ۱- فعل و اتفاقات پلیمری شدن بسیار سریع فاز گاز $A_3 \rightarrow A_3$ در سطح کاتالیست مطابق شکل زیر اتفاق می‌افتد، کدامیک از روابط زیر میزان انتقال A به سطح جامد کاتالیستی بر واحد زمان در واحد سطح در حالت پایدار را بیان می‌کند؟ (فرض شود ۱۰۰٪ تبدیل A صورت می‌پذیرد) (سراسری - ۸۶)



$$N_A = -\frac{2}{\gamma} \frac{D_{AB} P_t}{RT\delta} \ln \left[1 - \frac{2}{\gamma} y_A \right] \quad (1)$$

$$N_A = -\frac{2}{\gamma} \frac{D_{AB} P_t}{RT\delta} \ln \left[1 - \frac{2}{\gamma} y_A \right] \quad (2)$$

$$N_A = -\frac{2}{\gamma} \frac{D_{AB} P_t}{RT\delta} \ln \left[1 - \frac{2}{\gamma} y_A \right] \quad (3)$$

$$N_A = \frac{2}{\gamma} \frac{D_{AB} P_t}{RT\delta} \ln \left[1 - \frac{2}{\gamma} y_A \right] \quad (4)$$

- ۲- در تبخیر از سطح یک استوانه به داخل فضای گاز اطراف آن به صورت یک جهته ۲ در شرایط معادله پیوستگی جزء تبخیر شونده (A) در فاز گاز کدام است؟ (در فاز گاز جزء A در شار جزء A است) (سراسری - ۸۶)

$$\frac{d}{dr}(N_{Ar} \cdot r) = 0 \quad (4) \quad \bar{V} \bar{N}_{Ar} = 0 \quad (5) \quad \frac{d}{dr}(N_{Ar} \cdot r) = 0 \quad (2) \quad \frac{d}{dr} N_{Ar} = 0 \quad (1)$$

- ۳- در $T = 300\text{ K}$ ضریب نفوذ A در B در محلول رقیق از $D_{AB} = 2 \times 10^{-9} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ است. اگر دمای محلول به 330 K افزایش یابد، ویسکوزیتۀ مایع 45% کاهش می‌یابد. در این دما ضریب نفوذ

$$(سراسری - ۸۷) \quad \text{برحسب } \frac{m^2}{s} \text{ چقدر است؟}$$

$$4 \times 10^{-9} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad (2)$$

$$2/2 \times 10^{-9} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad (1)$$

$$4/9 \times 10^{-9} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad (4)$$

$$2/3 \times 10^{-9} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad (3)$$

- ۴- کدام یک از روابط زیر برای شار مولی A صحیح است؟ (سراسری - ۸۷)

$$(N_A + N_B) X_A - D_{AB} C_T \nabla X_B \quad (2) \quad (N_A + N_B) X_A - D_{AB} C_T \nabla X_A \quad (1)$$

$$(N_A + N_B) X_A + D_{AB} C_T \nabla X_A \quad (4) \quad (N_A + N_B) X_A - D_{AB} \rho \nabla X_A \quad (3)$$

۵- نفتالین به شکل یک استوانه بلند به طول L و شعاع R در هوای ساکن و در دمای نسبتاً پایین تصفید می‌شود. سرعت انتقال جرم m_A برابر است با: جرم مولکولی M_A و غلظت روی C_A^* سطح استوانه (حد اشباع):

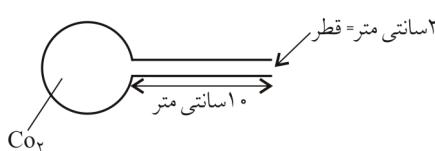
$$m_A = \frac{\gamma \pi L M_A D_{AB} (C_A^* - C_A)}{(1-x_A)(r-R)} \quad (۲) \quad m_A = \frac{\gamma \pi L M_A D_{AB} (C_A^* - C_A)}{\ln \frac{r}{R}} \quad (۱)$$

$$m_A = \frac{\gamma \pi L M_A D_{AB} (C_A^* - C_A)}{(1-x_A) \ln \frac{r}{R}} \quad (۴) \quad m_A = \frac{\gamma \pi L M_A D_{AB} (C_A^* - C_A)}{r-R} \quad (۳)$$

۶- گاز Co_2 درون ظرفی به حجم ۱۰۰ سانتی متر مکعب و از طریق لوله موئینه در شرایطی یکنواخت به محیط هوای خالص وارد می‌شود. ابعاد لوله موئینه داده شده است. چند ثانیه طول

می‌کشد تا غلظت Co_2 درون ظرف به $\frac{2}{3}$ مقدار اولیه خود برسد؟ (سراسری - ۸۸)

$$\text{سایر اطلاعات: } D_{Co_2} = ۳ / ۳۳ \times 10^{-۵} \frac{\text{م}}{\text{s}}, M_{Co_2} = ۴۰, \pi = ۳ / \cdot, \ln ۲ / ۵ = ۰ / ۴ \quad (۱)$$



۱۰ (۱)

۱ (۲)

۰/۱ (۳)

۱۰۰ (۴)

۷- هوای عاری از نفتالین با سرعت ظاهری V_0 از بستر سیالی حاوی کره‌های نفتالین به ارتفاع L عبور می‌کند. اگر سطح ویژه بستر a و ضریب انتقال جرم k_c باشد، غلظت نفتالین در هوای خروجی تقریباً چقدر است؟ (فشار بخار نفتالین P^* ، دمای مطلق T و R ثابت عمومی گازهاست). (سراسری - ۸۸)

$$C_{Aout} = \frac{\gamma P^*}{RT \left(1 + \frac{\gamma V_0}{a L k_c} \right)} \quad (۲)$$

$$C_{Aout} = \frac{P^*}{RT \left(1 + \frac{\gamma V_0}{a L k_c} \right)} \quad (۱)$$

$$C_{Aout} = \frac{\gamma P^*}{RT \left(1 + \frac{V_0}{a L k_c} \right)} \quad (۴)$$

$$C_{Aout} = \frac{P^*}{RT \left(1 + \frac{V_0}{a L k_c} \right)} \quad (۳)$$

-۸ توزیع غلظت ماده‌ی A در دو غشاء مجاور هم در حالت پایا به صورت زیر می‌باشد. اگر همزمان ضرائب نفوذ در غشاءها و همچنین ضخامت آنها دو برابر شوند، شار مولی (سراسری-۸۹) چگونه تغییر می‌کند؟



-۹ یک جسم کروی از جنس نفتالین در یک محیط ساکن از هوا تضعید گردید. اگر سرعت تضعید به اندازه‌ای کم باشد که از تغییر قطر صرف‌نظر شود میزان تضعید W بر حسب شعاع کره R و ضریب نفوذ D_{AB} و فشار کل P_T ، دما T و جزء مولی نفتالین در هوای اشباع x_{AS} کدام یک از (سراسری-۸۹) روابط زیر است؟

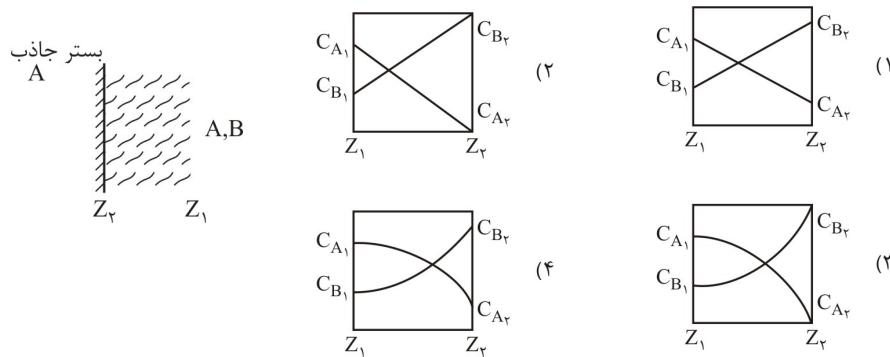
$$W = \frac{4\pi R_o P_T D_{AB}}{RT} \ln\left(\frac{1}{1-x_{AS}}\right) \quad (۲)$$

$$W = \frac{4\pi R_o}{R T D_{AB}} \ln\left(\frac{1}{1-x_{AS}}\right) \quad (۴)$$

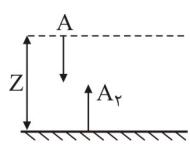
$$W = \frac{4\pi R_o P_T}{R T D_{AB}} \ln\left(\frac{1}{1-x_{AS}}\right) \quad (۱)$$

$$W = \frac{4\pi R_o P_T}{R T D_{AB}} \ln\left(\frac{x_{AS}}{1-x_{AS}}\right) \quad (۳)$$

-۱۰ در شکل مقابل جذب A به همراه واکنش خیلی سریع $\rightarrow B$ صورت می‌گیرد. در این صورت پروفایل غلظت جزء A در لایه انتقال جرم به چه صورتی است؟ (سراسری-۹۱)



۱۱- واکنش سریع $\rightarrow A_2 \rightarrow 2A$ بر روی سطح یک کاتالیست مطابق شکل صورت می‌پذیرد. کدام یک از روابط زیر بر حسب N_A میزان انتقال جرم به سطح کاتالیست‌ها در حالت پایدار را نشان می‌دهد؟ (فشار کل و درجه حرارت به صورت P_T و T نشان داده شده‌اند.)
 (سراسری - ۹۱)



$$\frac{1}{2} \frac{D_{AA_2} P_T}{RTZ} \ln\left(1 - \frac{y_A}{2}\right) \quad (2) \quad - \frac{1}{2} \frac{D_{AA_2} P_T}{RTZ} \ln\left(1 - \frac{y_A}{2}\right) \quad (1)$$

$$- 2 \frac{D_{AA_2} P_T}{RTZ} \ln\left(1 - \frac{y_A}{2}\right) \quad (4) \quad + 2 \frac{D_{AA_2} P_T}{RTZ} \ln\left(1 - \frac{y_A}{2}\right) \quad (3)$$

۱۲- ضریب نفوذ CO_2 در نیتروژن $1^{\circ}C$ برابر ضریب نفوذ CO_2 در آب در دمای $5^{\circ}C$ است. در دمای $40^{\circ}C$ کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟
 (سراسری - ۹۱)

$$\frac{C_{CO_2} - N_2}{D_{CO_2-water}} = 10^5 \quad (2) \quad \frac{C_{CO_2} - N_2}{D_{CO_2-water}} < 10^5 \quad (1)$$

$$\frac{C_{CO_2} - N_2}{D_{CO_2-water}} > 10^5 \quad (4) \quad \frac{C_{CO_2} - N_2}{D_{CO_2-water}} = \left(\sqrt{\frac{313}{278}}\right) \times 10^5 \quad (3)$$

۱۳- کریستال کربنات سدیم ($Na_2CO_3 \cdot 10H_2O$) در حال حل شدن در یک فاز مایع آب خالص را در نظر بگیرید. جهت نفوذ و حرکت توده‌ای برای مولکول‌های آب (B) عبارتست از: $H_2O : B$:
 (سراسری - ۹۱)

(۱) جهت نفوذ B به سمت کریستال و حرکت توده‌ای B از سمت کریستال به سمت آب خالص است.

(۲) انتقال جرم B فقط در اثر نفوذ مولکولی صورت می‌گیرد و حرکت توده‌ای مربوط به جزء A می‌باشد.

(۳) جهت نفوذ و حرکت توده‌ای آب همسو و به سمت کریستال است.

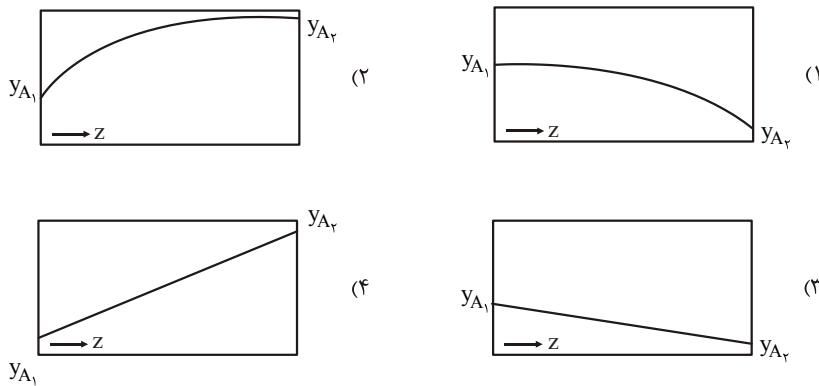
(۴) جهت حرکت توده و نفوذ آب، چون خالص است، از توده آب خالص به سمت کریستال می‌باشد.

۱۴- یک مخلوط چهار جزئی حاوی ۹۵ درصد D، ۲ درصد C و بقیه A در نظر بگیرید. مقادیر ضریب نفوذ A در تک تک اجزاء موجود است. به نظر شما مقدار ضریب نفوذ در مخلوط در چه حدودی است؟
 (سراسری - ۹۱)

$$D_{Am} = \frac{1 - y_A}{\sum_{i=B}^n \frac{y_i}{D_{Ai}}} \quad (2) \quad 2 / 16 \times 10^{-5} \quad (2) \quad 1 / 14 \times 10^{-5} \quad (1)$$

$$D_{AB} = 4 / 1 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s} \quad (3) \quad 2 / 47 \times 10^{-5} \quad (3) \quad 4 / 1 \times 10^{-5} \quad (3)$$

۱۵- برای نفوذ پایای A در B ساکن ($N_B = 0$), در حالت گازی در یک لوله موبین با سطح مقطع ثابت که کسر مولی A دو طرف آن، y_{A_1} و y_{A_2} است، کدام گزینه، شکل توزیع غلظت را صحیح نشان می‌دهد؟
(سراسری - ۹۶)



۱۶- در رابطه $x_A (N_A + N_B) = J_A + x_A (N_A + N_B)$ مقدار N_A مشخص کننده کدام یک از موارد زیر است؟
(سراسری - ۹۶)

- (۱) فلاکس انتقال جرم جزء A ناشی از نفوذ مولکولی
- (۲) فلاکس انتقال جرم جزء A ناشی از جابه‌جایی
- (۳) جمع فلاکس‌های نفوذی تمام اجزاء
- (۴) جمع فلاکس‌های جابه‌جایی تمام اجزاء

۱۷- واکنش هتروژنی سریع $A + B \rightarrow C$ (جامد) روی بستر کاتالیستی در موضع خاص صورت می‌گیرد. فلاکس (شار) انتقال جرم C در آن موضع خاص کدام است؟
(سراسری - ۹۶)

$$\frac{D_{AC}P_t}{RTz} \ln \left(\frac{1}{1+y_{A_1}} \right) \quad (۲) \quad - \frac{2D_{AC}P_t}{RTz} \ln \left(1+y_{A_1} \right) \quad (۱)$$

$$\frac{D_{AC}P_t}{\gamma RTz} \ln \frac{1}{1+y_{A_1}} \quad (۴) \quad \frac{D_{AC}P_t}{RTz} \ln \left(\frac{1+y_{A_1}}{1+y_{A_2}} \right) \quad (۳)$$

۱۸- در انتقال جرم فاز گاز A به درون جزء B، غیرنفوذی $y_{A_2} = 0$ در نقطه ۱ به نقطه ۲ در فشار atm و $y_{A_1} = 0$ در شرایط یکنواخت و فشار و دمای ثابت در مختصات کارتزین، نسبت شیب تغییرات فشار جزئی A در نقطه ۱ به نقطه ۲ کدام است؟
(سراسری - ۹۶)

$$10 \quad (۴) \quad 1/11 \quad (۳) \quad 1/2 \quad (۲) \quad 0/9 \quad (۱)$$

۱۹- یک استوانه پلاستیکی بلند که شعاع داخلی آن ۵ و شعاع خارجی آن ۱۰ است، برای نگهداری گاز تحت فشار هیدروژن استفاده می‌شود. غلظت هیدروژن در جامد در سطح جامد در تماس با

هیدروژن تحت فشار $C_{Ai} \frac{\text{kmol}}{\text{m}^3}$ و در جامد در سطح جامد در تماس با اتمسفر ناچیز است.

غلظت هیدروژن در وسط ضخامت جداره پلاستیکی یعنی در $\frac{r_i + r_o}{2}$ (برحسب C_A) چقدر است؟
 (سراسری - ۹۱۴)

$$C_{Ai} \left[\frac{\frac{1}{r} - \frac{1}{r_o}}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o}} \right] \quad (2)$$

$$C_{Ai} \left[\frac{r - r_i}{r_o - r_i} \right] \quad (4)$$

$$C_{Ai} \left[\frac{\ln\left(\frac{r_i + r_o}{2r}\right)}{\ln\left(\frac{r_i}{r_o}\right)} \right] \quad (1)$$

$$C_{Ai} \left[\frac{r - r_o}{r_i - r_o} \right] \quad (3)$$

〔پاسخ سوال‌های چهارگزینه‌ای طبقه‌بندی شده فصل دوم〕

-۱ گزینه «۳» صحیح است.

$$\frac{N_A}{\gamma} = \frac{N_{A_\gamma}}{\gamma}, r_A = \frac{N_A}{N_A + N_{A_\gamma}} = \frac{N_A}{N_A - \frac{N_A}{\gamma}} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$

$$N_A = r_A \frac{D_{AB} C}{\tau} \ln \left[\frac{1 - y_{A_\gamma}}{1 - y_{A_1}} \right], C = \frac{P}{RT}$$

چون واکنش سریع است، $y_{A_\gamma} = 0$ می‌باشد، لذا داریم :

$$\Rightarrow N_A = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{D_{AB} P}{RT\tau} \ln \left[\frac{1 - \gamma}{1 - y_{A_1}} \right] = -\frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{D_{AB} P}{RT\tau} \ln \left[1 - y_{A_1} \right]$$

-۲ گزینه «۴» صحیح است.

-۳ گزینه «۲» صحیح است.

$$T_1 = \gamma \cdot K, D_1 = 2 \times 10^{-9} \frac{m^2}{s}, T_\gamma = 23 \cdot k, \mu_\gamma = (1 - \gamma / 45) \mu_1 = 1 / 55 \mu_1$$

$$\frac{D_\gamma}{D_1} = \frac{T_\gamma}{T_1} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_\gamma} = \left(\frac{23}{20} \right) \left(\frac{1}{55} \right) \Rightarrow D_\gamma = 4 \times 10^{-9} \frac{m^2}{s}$$

-۴ گزینه «۱» صحیح است.

$$N_A = J_A + x_A \sum N_i = -D_{AB} C \frac{dx_A}{dz} + x_A (N_A + N_B)$$

-۵ گزینه «۱» صحیح است.

$$m_A = N_A A M_A = cte, N_A = -D_{AB} \frac{dC_A}{dr}, A = \pi r L$$

$$\Rightarrow m_A = (-D_{AB} \frac{dC_A}{dr})(\pi r L)(M_A)$$

$$\Rightarrow m_A \int_R^r \frac{dr}{r} = -\pi L M_A D_{AB} \int_{C_{A^*}}^{C_A} dC_A = \pi L M_A D_{AB} \int_{C_A}^{C_{A^*}} dC_A$$

$$\Rightarrow m_A \ln\left(\frac{r}{R}\right) = \pi L M_A D_{AB} (C_{A^*} - C_A) \Rightarrow \dot{m}_A = \frac{\pi L M_A D_{AB} (C_{A^*} - C_A)}{\ln\left(\frac{r}{R}\right)}$$

-٦ گزینه «۱» صحیح است.

کاهش تعداد مولهای C_{A_0} درون ظرفکه به $\frac{2}{3}$ غلظت اولیه می‌رسد در مدت زمان t صورت می‌گیرد. کاهش تعداد مولهای اولیه می‌باشد که اگر بر t تقسیم شود از واحد مول بر زمان خواهد شد.

$$\dot{n}_A = \frac{\frac{1}{3} \text{تعداد مولهای اولیه}}{t} = \frac{\frac{1}{3} C_{A_0}}{t}$$

از طرفی $\frac{\text{mole}}{\text{زمان}}$ ماده C_{A_0} انتقال یافته به طریق شار نفوذی N_A از لوله خارج شده و بر محیط اتمسفر تخلیه می‌شود. اگر N_A در سطح مقطعی که از آن عبور می‌کند ضرب شود $(\frac{\pi d^2}{4})$ تعداد مولهای انتقال یافته محاسبه خواهد شد. با توجه به توضیحات داریم:

$$\dot{n}_A = \frac{\frac{1}{3} C_{A_0}}{t} = N_A \cdot A = \frac{D_{AB} P}{RTZ} \ln\left(\frac{P_t - P_{A_2}}{P_t - P_{A_1}}\right) \cdot \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\bar{R} = \frac{R}{M}, \frac{P}{RT} = C_{A_0}, Z = 1, m, d = 0.02m, P_{A_2} = 0, P_{A_1} = \frac{2}{3} P_t$$

$$D_{AB} = 0.033 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{3} C_{A_0}}{t} = 0.033 \times 10^{-5} C_{A_0} \times M \times \ln\left(\frac{P_t - 0}{P_t - \frac{2}{3} P_t}\right) \times \frac{\pi \times 0.02}{4}$$

$$\ln\left(\frac{P_t}{P_t - \frac{2}{3} P_t}\right) = \ln 3 = 1.105 \Rightarrow t = \frac{10000}{1.105} = 9090$$

P_{A_2} متوسط غلظت نهایی است که ما همان غلظت نهایی $(\frac{2}{3} P_t)$ فرض کردیم.

-٧ گزینه «۲» صحیح است.

انتقال جرم صورت گرفته با توجه به تفاوت غلظت خروجی و ورودی انجام می‌شود. این مقدار انتقال جرم بواسطه نفوذ نفتالین به درون هوا صورت می‌گیرد. با توجه به توضیحات داریم:

$$V_o(C_{A_{out}} - C_{A_{in}}) = V_o(C_{A_{out}} - 0) = V_o C_{A_{out}} \quad (1)$$

$$k_{cal}(C_A^* - \bar{C}_A) = k_{cal}(C_A^* - C_{A_{out}}) \quad (2)$$

\bar{C}_A متوسط غلظت هوای گذرنده از روی کره‌های نفتالین است. برای \bar{C}_A داریم:

$$\bar{C}_A = \frac{C_{Aout} + C_{Ain}}{2} = \frac{C_{Aout} + C_A^*}{2} = \frac{C_{Aout}}{2}$$

$$(1) = (2) \Rightarrow V_o C_{Aout} = k_c a L \left(C_A^* - \frac{C_{Aout}}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{V_o}{k_c a L} C_{Aout} + \frac{C_{Aout}}{2} = C_A^* \Rightarrow C_{Aout} = \frac{2C_A^*}{1 + \frac{2V_o}{k_c a L}}$$

$$C_A^* = \frac{P^*}{RT} \Rightarrow C_{Aout} = \frac{\frac{2P^*}{RT}}{1 + \frac{2V_o}{k_c a L}}$$

-۸ گزینه «۲» صحیح است.

با توجه به تست شماره (۴۶) فصل دوم داریم:

$$N = \frac{D_\gamma (C_o - C_\gamma) + D_\tau (C_\gamma - C_\tau)}{L}$$

اگر ضرایب نفوذ (D_γ, D_τ) و همچنین ضخامت (L) دو برابر بشود، اثر آنها از صورت و مخرج N حذف شده و شار N تغییر نمی‌کند.

-۹ گزینه «۲» صحیح است.

با توجه به رابطه کلی در فصل دوم (به جای R از R_o استفاده می‌کنیم) داریم:

$$\dot{m}_A = \frac{4\pi D_{AB} r R_o}{r - R_o} \ln \left(\frac{C - C_A}{C - C_{As}} \right)$$

از طرفی در مخرج و کسر می‌تواند $r >> R_o$ باشد، یعنی در مخرج کسر فقط r ظاهر می‌شود. در

رابطه کلی نیز می‌توان به جای C از $\frac{P_T}{RT}$ (P_T ثابت جهانی گازها) استفاده کرد. همچنین ساده‌سازی

$$\frac{C - C_A}{C - C_{As}} = \frac{C - C_o}{C - C_{As}} = \frac{1}{1 - \frac{C_{As}}{C}} = \frac{1}{1 - x_{As}}$$

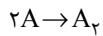
توضیحات گفته شده N_A برابر است با:

$$\frac{\dot{m}_A}{M_A} = N_A = \frac{4\pi D_{AB} \frac{P_T}{RT} r R_o}{r} \ln \left(\frac{1}{1 - x_{As}} \right) = \frac{4\pi R_o P_T D_{AB}}{RT} \ln \left(\frac{1}{1 - x_{As}} \right)$$

- ۱۰ - گزینه «۲» صحیح است.

واکنش $A \rightarrow B$ شبیه سیستم‌های نفوذ متقابل با مول‌های مساوی ($N_A = -N_B$) است، لذا گزینه (۱) یا (۲) صحیح می‌باشد. از طرفی چون واکنش خیلی سریع است غلظت A روی سطح بستر صفر می‌باشد و لذا غلظت B در این نقطه با غلظت کل برابر است. با توجه به توضیحات گزینه‌ی (۲) صحیح است.

- ۱۱ - گزینه «۴» صحیح است.



$$\frac{N_A}{2} = -\frac{N_{A_2}}{1} \Rightarrow r_A = \frac{N_A}{N_A + N_{A_2}} = \frac{N_A}{N_A - \frac{1}{2}N_A} = 2$$

$$N_A = r_A \cdot \frac{D_{AB}C}{z} \ln\left(\frac{r_A - y_{A_2}}{r_A - y_{A_1}}\right)$$

چون واکنش سریع است $y_{A_2} = 0$ بوده و با توجه به رابطه‌ی فوق داریم:

$$N_A = 2 \frac{P}{RTz} \ln\left(\frac{2-0}{2-y_{A_1}}\right) = -2 \frac{P}{RTz} \ln\left(1 - \frac{y_{A_1}}{2}\right)$$

- ۱۲ - گزینه «۴» صحیح است.

ضریب نفوذ در گازها متناسب با $T^{3/2}$ و در مایعات متناسب با T می‌باشد و لذا داریم:

$$D \sim \frac{T^{3/2}}{T} \sim T^{1/2}$$

$$\frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1/2} \Rightarrow \frac{D_2}{D_1} = \left(\frac{273+41}{273+5}\right)^{1/2} > 1$$

گزینه‌های (۳) و (۴) صحیح هستند.

- ۱۳ - گزینه «۱» صحیح است.

غلظت آب (B) در توده‌ی آب خالص بیشتر از غلظت آب در کریستال بوده و لذا جهت نفوذ مولکولی B از آب خالص به سمت کریستال است. از طرفی چون کل کریستال در آب خالص حل می‌شود جهت نفوذ توده از سمت کریستال به سمت آب خالص است.

- ۱۴ - گزینه «۴» صحیح است.

این تست اشتباه است زیرمجموع درصدهای مولی از ۱۰۰ بیشتر می‌باشد.

- ۱۵ - گزینه «۱» صحیح است.

با توجه به توضیحات فصل اول در حالت نفوذ در فیلم ساکن گزینه (۱) صحیح است.

۱۶- گزینه «۴» صحیح است.

ترم J_A نشان دهنده شار ناشی از نفوذ ملکولی و ترم $\sum N_i$ نشان دهنده شار ناشی از نفوذ توده می باشد.

۱۷- گزینه «۱» صحیح است.

$$\begin{aligned} \frac{N_A}{\gamma} &= \frac{-N_C}{\gamma}, \quad N_A = r_A \frac{D_{AB}}{RTZ} \ln\left(\frac{r_A - y_{A\gamma}}{r_A - y_{A_1}}\right) \\ r_A &= \frac{N_A}{\sum N_i}, \quad \sum N_i = N_A + N_C = N_A - \gamma N_A = -N_A \\ r_A &= \frac{N_A}{-\gamma N_A} = -1 \end{aligned}$$

چون B در فاز جامد است در $\sum N_i$ وارد نمی شود. از آنجاییکه واکنش سریع می باشد $y_{A\gamma} = 0$ بوده و لذا داریم:

$$\begin{aligned} N_A &= (-1) \left(\frac{D_{AB} P}{RTZ} \right) \ln\left(\frac{-1 - 0}{-1 - y_{A_1}} \right) = \frac{D_{AB} P}{RTZ} \ln(1 + y_{A_1}) \\ N_C &= -\gamma N_A = \frac{\gamma D_{AB} P}{RTZ} \ln(1 + y_{A_1}) \end{aligned}$$

۱۸- گزینه «۱» صحیح است.

با توجه به تغییرات غلظت در حالت نفوذ در فیلم ساکن داریم:

$$\frac{1 - X_A}{1 - X_{A_1}} = \left(\frac{1 - X_{A\gamma}}{1 - X_{A_1}} \right)^{\frac{Z - Z_1}{Z_1 - Z_1}}, \quad Z_1 = 0, \quad Z_2 - Z_1 = L$$

در سیستم گازی X_A به y_A تبدیل شده و با ضرب کردن صورت و مخرج سمت چپ رابطه فوک در P (فشار کل) داریم:

$$\begin{aligned} \frac{P - P_A}{P - P_{A_1}} &= \left(\frac{1 - y_{A\gamma}}{1 - y_{A_1}} \right)^{\frac{Z}{L}} \Rightarrow \frac{dP_A}{dZ} = -P_{A_1} \left[\left(\frac{1 - y_{A\gamma}}{1 - y_{A_1}} \right)^{\frac{Z}{L}} \cdot \ln\left(\frac{1 - y_{A\gamma}}{1 - y_{A_1}} \right) \cdot \frac{1}{L} \right] \\ \Rightarrow \frac{\frac{dP_A}{dZ} \Big|_{Z=0}}{\frac{dP_A}{dZ} \Big|_{Z=L}} &= \frac{\left(\frac{1 - y_{A\gamma}}{1 - y_{A_1}} \right)^{\frac{0}{L}}}{\left(\frac{1 - y_{A\gamma}}{1 - y_{A_1}} \right)^{\frac{L}{L}}} = \frac{1}{\left(\frac{1 - 0}{1 - 1} \right)} = \frac{1}{0/9} \end{aligned}$$

در مشتق‌گیری از رابطه زیر استفاده نشده است:

$$(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$$

- گزینه «۱» صحیح است.

با توجه به نفوذ در سیستم استوانه‌ای داریم:

$$\begin{aligned} N_A \cdot r = cte &= k, \quad N_A = J_A = -D_{AB} \frac{dc_A}{dr} \\ \Rightarrow -D_{AB} \frac{dc_A}{dr} \cdot r &= k \Rightarrow dc_A = \left(\frac{-k}{D_{AB}} \right) \frac{dr}{r} = k' \frac{dr}{r} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow c_A &= k' \ln r + k'' \\ @r = r_i, \quad c_A &= c_{Ai} \Rightarrow c_{Ai} = k \ln r_i + k'' \quad (I) \\ @r = r_o, \quad c_A &= o \Rightarrow o = k' \ln r_o + k'' \quad (II) \end{aligned}$$

با توجه به روابط (I) و (II) داریم:

$$\begin{aligned} k'' &= -k' \ln r_o \Rightarrow c_{Ai} = k' \ln r_i - k' \ln r_o = k' \ln \left(\frac{r_i}{r_o} \right) \\ \Rightarrow k' &= C_{Ai} \ln \left(\frac{r_o}{r_i} \right) \Rightarrow k'' = -C_{Ai} \ln \left(\frac{r_o}{r_i} \right) \cdot \ln r_o \end{aligned}$$

با جایگذاری k' و k'' در رابطه کلی غلظت داریم:

$$\begin{aligned} C_A &= C_{Ai} \ln \left(\frac{r_o}{r_i} \right) \ln r - C_{Ai} \ln \left(\frac{r_o}{r_i} \right) \ln r_o \\ &= C_{Ai} \ln \left(\frac{r_o}{r_i} \right) [\ln r - \ln r_o] = C_{Ai} \ln \left(\frac{r_o}{r_i} \right) \cdot \ln \left(\frac{r}{r_o} \right) \\ \text{در } r &= \frac{r_i + r_o}{2} \text{ غلظت برابر است با:} \end{aligned}$$

$$C_A = C_{Ai} \cdot \ln \left(\frac{r_o}{r_i} \right) \ln \left(\frac{r_i + r_o}{2r_o} \right) = C_{Ai} \frac{\ln \left(\frac{r_i + r_o}{2r_o} \right)}{\ln \left(\frac{r_i}{r_o} \right)}$$

منابع

- ١- انتقال جرم و عمليات واحد - ترييال.
- ٢- عمليات واحد - مك كيب.