مقدمه مؤلف

با توجه به اهمیت خاصی که مدارهای الکتریکی ۱ برای دانشجویان رشته مهندسی برق و ابزار دقیق دارد، بعد از سال‌ها تدریس، تصمیم به جمع‌آوری مجموعه حاضر نمودم، در این کتاب تلاش شده تا مسائل و مفاهیم مطرح در مدارهای الکتریکی ۱، به طور کامل مورد بحث و بررسی قرار گیرد.

این کتاب بدون تکیه بر اطلاعات قبلی دانشجویان، تلاش نموده است، تا دروس و مباحث مطرح شده را بر مبنای تدریس دانشگاهی و براساس سرفصل‌های مصوب وزارت علوم، تحقیقات و فناوری و منطبق با مفاهیم و مباحث تدریس شده در دانشگاه‌های معتبر ایران و جهان بررسی و تبیین نماید، بعلاوه، تکیه و تاکید بر اصول و نکات اساسی و مهم مطرح شده در طول درس، با ابزارهایی از قبیل حل مثال‌های مختلف و متنوع، خواننده را قادر می‌سازد که دیدگاه روشن و صریحی نسبت به مباحث مطرح شده پیدا کرده و به این ترتیب کارگشای داوطلبان شرکت در آزمون کارشناسی ارشد خواهد بود. بدین منظور، در هر فصل تعدادی مثال و سوال مهم و کاربردی برای توضیح بیشتر درس آورده شده است و در پایان هر فصل نیز، مثال‌های چهارگزینه‌ای سال‌های گذشته آزمون کارشناسی ارشد کنکور برق و ابزاردقیق سراسری، به همراه پاسخ کاملاً تشریحی و بعلاوه مثال‌های چهار گزینه تالیفی، ویژه خودآزمایی برای دانشجویان طرح گردیده است.

فصل اول کتاب به مبنای مدارهای الکتریکی می‌پردازد، در فصل دوم، مدارهای مرتبه اول و در فصل سوم مدارهای مرتبه دوم مورد بررسی قرار خواهند گرفت، فصل چهارم، فازورها و حالت دایمی سینوسی را شرح می‌دهد و در نهایت فصل پنجم عناصر تزویج‌کننده و مدارهای تزویج شده را توضیح می‌دهد.

ضمناً دو کتاب مدار الکتریکی ۱ و ۲ حاوی بیش از ۲۰۰۰ مثال چهار گزینه‌ای کاربردی برای آزمون کارشناسی ارشد بوده که بیش از ۱۵۰۰ مثال آن دارای پاسخ کاملاً تشریحی می‌باشد، و همچنین به درخواست دانشجویان عزیز، کتاب بانک سؤال مدارهای الکتریکی (۱) و (۲) اینجانب که شامل جواب تست‌های تألیفی این کتاب‌ها و تست‌های مدار مهندسی کامپیوتر و نیز تست‌های تألیفی و ۱۳ آزمون شبیه‌سازی شده کنکوری می‌باشد نیز تهیه گردیده است، که می‌توانید برای تمرین بیشتر به آن مراجعه نمائید. و همچنین آزمون‌های کنکور ارشد برق و ابزاردقیق ۱۴۰۰ و دکتری ۱۴۰۰ و ۱۴۰۱ نیز در انتهای کتاب اضافه شده است.

با کمال میل خرسندم که مراتب سپاس‌گذاری و قدردانی خود را از مرحوم پروفسور کارو لوکس، دکتر محمدرضا جاهد مطلق، دکتر محمد فرخی، دکتر منوچهر احمدوند، دکتر محمد حسن مرادی، دکتر عمادالدین فاطمی‌زاد، دکتر امیرهمایون جعفری، دکتر سعید رشیدی و دکتر آرین سلمانپور به واسطه حمایت‌های بی‌دریغشان تقدیم نمایم.

ناگفته نماند که کوشش‌های خستگی ناپذیر استاد بزرگوار آقای دکتر پرویز جبه‌دار مارالانی (استاد ممتاز دانشگاه تهران) که زحمات طاقت فرسایی جهت ارائه دروس مدارهای الکتریکی در ایران را تقبل و کتاب‌های ارزشمندی در این زمینه به چاپ رسانده‌اند، قابل تقدیر و ستایش است.

از خانم مهندس کریستینه مانوک خداوردیان همسر ارجمندم با تمام گرفتاری‌ها به خاطر کوشش و تلاش ایشان سپاسگزارم و از آقای مهندس اسماعیل محمدتبار که زحمت ویرایش کل کتاب را برعهده داشتند تشکر می‌کنم.

از جناب آقای دکتر هژبر ریاست انتشارات پوران پژوهش، و نیز سرکار خانم عبدی که در به ثمر رساندن کار، بسیار محبت کرده‌اند، سپاسگزارم.

جناب آقای حسین رحیمی مدیریت محترم بخش چاپ مؤسسه نیز به پاس سخت کوشی و تلاش فراوانشان در چاپ کتاب، شایان تقدیر و سپاس هستند، خانم‌ها خسروی و فاتحی که تماماً زحمت تایپ و صفحه‌بندی کتاب را برعهده داشتند نیز تشکر می‌کنم.

در نهایت اگر چه در آماده‌سازی کار حاضر سعی بر آن بوده که هیچ‌گونه نقصی در آن وجود نداشته باشد، به هر حال از تمام دانشجویان و استادان ارجمند تقاضا دارم نظرات و پیشنهادات اصلاحی خود را به کانال و آدرس پست الکترونیکی ارسال نمایند.

کارو زرگر
بهار ۱۴۰۱
@kzargar
Karo_Zargar_konkor

تقدیم به:

تمامی جانباختگان سانحه هوائی پرواز

تهران - ایروان

تیرماه ۸۸

فهرست مطالب

فصل اول – مبانی مدارهای الکتریکی ۱

۱- مقاومت ۱

۱-۱- مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان ۲

۱-۲- مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان ۳

۱-۳- مقاومت غیرخطی ۳

۱-۴- انواع اتصالات در مقاومت ۴

۱-۵- تبدیل روابط ستاره به مثلث و برعکس ۶

۲- انواع منابع ۷

۲-۱- منبع ولتاژ مستقل ۷

۲-۲- منبع جریان مستقل ۸

۲-۳- منابع وابسته ۸

۳- توان و انرژی ۸

۴- قوانین کیرشهف ۱۰

۴-۱- قانون جریان کیرشهف (KCL) ۱۰

۴-۲- قانون ولتاژ کیرشهف (KVL) ۱۰

۵- روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی ۱۲

۵-۱- روش تحلیل با استفاده از قاعده تقسیم جریانی، تقسیم ولتاژی، تبدیل منابع و پل وتسون ۱۳

۵-۲- روش تحلیل گره ۱۸

۵-۳- روش تحلیل مش ۲۳

۵-۴- قضیه جمع آثار ۲۷

۵-۵- روش ابتکاری برای تحلیل مسائل (ترکیب KCL با KVL) ۳۱

۵-۶- چند نکته کاربردی درباره منبع جریان و منبع ولتاژ ۳۵

۶- مدارهای معادل ۳۸

۶-۱- مدار معادل تونن ۳۸

۶-۲ مدار معادل نورتون ۳۸

۶-۳- نحوه محاسبه ولتاژ تونن ۳۹

۶-۴- نحوه محاسبه جریان نورتون ۴۰

۶-۵- نحوه محاسبه مقاومت تونن ۴۲

۶-۶- روش محاسبه مقاومت تونن، ولتاژ تونن و جریان نورتون با همدیگر ۵۲

۷- حل مدارهای مقاومتی متقارن ۵۹

۸- محاسبه مقاومت در شبکه‌های نامتناهی ۶۴

سؤالهای سراسری ۷۰

سؤالهای تألیفی ۹۱
پاسخ سؤالهای سراسری ۱۰۲
پاسخ سؤالهای تألیفی ۱۴۱

فصل دوم – مدارهای مرتبه اول ۱۴۳
۱- خازن ۱۴۳
۱-۱- خازن خطی تغییرناپذیر با زمان ۱۴۴
۱-۲- خازن خطی تغییرپذیر با زمان ۱۴۵
۱-۳- خازن غیرخطی ۱۴۵
۱-۴- نکات مهم درباره خازنها ۱۴۵
۱-۵- انرژی ذخیره شده در خازن تغییرناپذیر با زمان ۱۴۶
۱-۶- انواع اتصالات در خازن ۱۴۷
۲- سلف ۱۵۱
۲-۱- سلف خطی تغییرناپذیر با زمان ۱۵۲
۲-۲- سلف خطی تغییرپذیر با زمان ۱۵۲
۲-۳- سلف غیرخطی ۱۵۳
۲-۴- نکات مهم درباره سلفها ۱۵۳
۲-۵- انرژی ذخیره شده در سلف تغییرناپذیر با زمان ۱۵۴
۲-۶- انواع اتصالات در سلفها ۱۵۴
۳- بررسی انواع توابع ۱۵۶
۴- مدار خطی تغییرناپذیر با زمان مرتبه اول RC (مقاومت- خازن) ۱۵۹
۴-۱- پاسخ ورودی صفر مدار RC ۱۵۹
۴-۲- پاسخ حالت صفر مدار RC ۱۶۰
۴-۳- پاسخ کامل مدار RC ۱۶۲
۴-۴- پاسخ گذرا و حالت دائمی مدار RC ۱۶۴
۵- مدار خطی تغییرناپذیر با زمان مرتبه اول RL (مقاومت- سلف) ۱۶۴
۵-۱- پاسخ ورودی صفر مدار RL ۱۶۴
۵-۲- پاسخ حالت صفر مدار RL ۱۶۶
۵-۳- پاسخ کامل مدار RL ۱۶۸
۵-۴- پاسخ گذرا و حالت دائمی مدار RL ۱۶۹
۶- محاسبه پاسخ کامل مدار مرتبه اول خطی RC و یا RL به ورودی dc، از روی شرایط اولیه و نهایی ۱۷۰
۷- مدار معادل لحظهای در مدارات ۱۸۶
۸- مدارهای مرتبه اول با دو ثابت زمانی ۱۹۱
۹- محاسبه مقدار ولتاژ و جریان در یک زمان معین ۱۹۶

۱۰- پاسخ پله ۲۰۰
۱۱- پاسخ ضربه ۲۰۰
۱۱-۱- محاسبه پاسخ ضربه با انتگرال گرفتن از 0^- تا 0^+ ۲۰۱
۱۱-۲- محاسبه پاسخ ضربه با استفاده از تقریب تابع پالس ۲۰۲
۱۱-۳- محاسبه پاسخ ضربه از روی پاسخ پله ۲۰۲
۱۲- بررسی حالتهایی که ولتاژ خازن و جریان سلف در مدار مرتبه اول تغییرات ناگهانی دارند. ۲۰۴
۱۲-۱- بررسی حالتهایی که ولتاژ خازن در مدار مرتبه اول تغییرات ناگهانی دارد. ۲۰۴
۱۲-۲- بررسی حالتهایی که جریان سلف در مدار مرتبه اول تغییرات ناگهانی دارد. ۲۰۵
۱۳- تحلیل مدارهای RC/RL که در آنها ورودی ضربه داریم ۲۰۷
۱۴- چند نکته مهم برای مدارات مرتبه اول ۲۲۲
سؤالهای سراسری ۲۳۲
سؤالهای تألیفی ۲۵۵
پاسخ سؤالهای سراسری ۲۶۸
پاسخ سؤالهای تألیفی ۳۲۸

فصل سوم – مدارهای مرتبه دوم ۳۲۹
۱- پاسخ ورودی صفر مدار RLC موازی خطی و تغییرناپذیر با زمان ۳۲۹
۱-۱- میرای شدید $(\alpha > \omega_0)$ ۳۳۱
۱-۲- میرای بحرانی $(\alpha = \omega_0)$ ۳۳۱
۱-۳- میرای ضعیف $(\alpha < \omega_0)$ ۳۳۲
۱-۴- بیاتلاف $(\alpha = 0)$ ۳۳۲
۲- پاسخ حالت صفر مدار RLC موازی خطی تغییرناپذیر با زمان ۳۳۴
۲-۱- پاسخ پله مدار RLC موازی ۳۳۵
۲-۲- پاسخ ضربه مدار RLC موازی ۳۳۶
۳- پاسخ ورودی صفر مدار RLC سری خطی تغییرناپذیر با زمان ۳۳۷
۴- پاسخ حالت صفر، مدار RLC سری خطی تغییرناپذیر با زمان ۳۴۰
۴-۱- پاسخ پله مدار RLC سری ۳۴۱
۴-۲- پاسخ ضربه مدار RLC سری ۳۴۲
۵- پاسخ کامل مدار مرتبه ۲ برای کلیه مدارات به ورودی dc ۳۴۳
۶- تأثیر ضربه در محاسبه شرایط اولیه مدارات در $t = 0^+$ ۳۵۴
۷- محاسبه مشتق اول و دوم ولتاژ خازن - جریان سلف ۳۶۱
۸- ضریب کیفیت (Q) در مدارات RLC ۳۷۲

۹- اسیلاتور (نوسانساز) ۳۷۶
سؤالهای سراسری ۳۸۶
سؤالهای تألیفی ۴۰۴
پاسخ سؤالهای سراسری ۴۱۲
پاسخ سؤالهای تألیفی ۴۵۶

فصل چهارم – تجزیه و تحلیل حالت دائمی سینوسی ۴۵۷
۱- اعداد مختلط ۴۵۷
۱-۱- نمایش در مختصات دکارتی و مختصات قطبی ۴۵۷
۱-۲- عملیات بر روی اعداد مختلط ۴۵۸
۱-۳- مزدوج مخلتلط ۴۵۸
۲- فازور $(phasor)$ ۴۵۹
۲-۱- خلاصه تبدیل یک کمیت حقیقی به فازور ۴۵۹
۳- تعریف پاسخ کامل و پاسخ حالت دائمی ۴۶۱
۳-۱- تحلیل فازوری ۴۶۱
۳-۲- محاسبه ضریب قدرت و ضریب کیفیت در حالت دائمی سینوسی ۴۶۶
۳-۳- تجزیه و تحلیل در حالت فازوری ۴۶۸
۳-۴- مدار معادل تونن و نورتون در حالت دائمی سینوسی ۴۷۶
۳-۵- فرکانس تشدید ۴۸۰
۳-۶- توان الکتریکی ۴۸۹
۴- پاسخ کامل مدار مرتبه دوم به ورودی سینوسی ۵۲۰
۴-۱- روش اول محاسبه جواب خصوصی ناشی از ورودی سینوسی ۵۲۱
۴-۲- روش دوم برای محاسبه جواب خصوصی ناشی از ورودی سینوسی ۵۲۳
۴-۳- پاسخ حالت دائمی سینوسی ۵۳۲
۴-۴- محاسبه پاسخ خصوصی از روی تابع تبدیل ۵۳۷
سؤالهای سراسری ۵۳۹
سؤالهای تألیفی ۵۷۱
پاسخ سؤالهای سراسری ۵۸۶
پاسخ سؤالهای تألیفی ۶۶۱

فصل پنجم – عناصر تزویج‌کننده و مدارهای تزویج شده ۶۶۳
۱- سلفهای تزویج شده ۶۶۳
۱-۱- قرارداد نقطه و ولتاژ القاء شده ۶۶۴
۱-۲- روابط سلفهای تزویج در حالت دایمی سینوسی و حوزه لاپلاس ۶۶۷
۲- انرژی ذخیره شده در یک جفت سلف تزویج شده ۶۷۲

۳- به هم بستن سلفهای تزویج شده ۶۷۵
۳-۱- سری کردن دو سلف تزویج شده و محاسبه اندوکتانس و امپدانس معادل ۶۷۵
۳-۲- سری کردن چند سلف تزویج شده و محاسبه اندوکتانس و امپدانس معادل ۶۷۵
۳-۳- موازی کردن دو سلف تزویج شده و محاسبه اندوکتانس و امپدانس معادل ۶۷۶
۳-۴- به هم بستن سلفهای تزویج شده که سری یا موازی نیستند ۶۷۸
۴- مدارهای معادل سلفهای تزویج ۶۸۰
۴-۱- مدار معادل T ۶۸۰
۴-۲- مدار معادل π ۶۸۱
۵- رسم مدار معادل نقطه‌دار در سلفهای تزویج ۶۸۷
۶- ضریب تزویج ۶۸۸
۷- ترانسفورماتور ایده‌ال ۶۹۵
۷-۱- خاصیت انتقال امپدانس در ترانسفورماتور ایده‌ال ۶۹۶
۷-۲- خاصیت انتقال سلفهای تزویج در ترانسفورماتور ایده‌آل ۷۰۲
۷-۳- مدارات اتوترانسفورماتور و خواص آنها ۷۰۴
۷-۴- مدارات سه سیم پیچی و خواص آنها ۷۰۶
سؤالهای سراسری ۷۱۱
سؤالهای تألیفی ۷۲۹
پاسخ سؤالهای سراسری ۷۳۷
پاسخ سؤالهای تألیفی ۷۷۳
سؤالهای ارشد و دکتری ۱۴۰۱-۱۴۰۰ ..... ۷۷۴
منابع ۸۰۰

فصل ۱ مبانی مدارهای الکتریکی

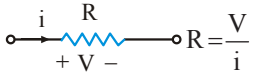
در این فصل ابتدا با اجزاء اساسی مدارهای الکتریکی و روابط فیزیکی و مداری حاکم بر آنها و انواع اتصالات اجزاء آشنا می‌شویم. سپس روش‌های حل مدارهای مقاومتی معرفی می‌شود.

اجزاء مدار

عناصری که در ساختمان مدارهای الکتریکی به کار می‌روند عبارتند از: مقاومت‌ها، خازن‌ها، سلف‌ها، منابع مستقل و وابسته دیودها، ترانزیستورها، لامپ‌های خلاء، ترانسفورماتورها می‌باشد که در این فصل با مقاومت‌ها آشنا می‌شویم، در فصل ۲ با خازن‌ها و سلف و روابط حاکم در مدارهای آن می‌پردازیم و در فصل ۵ در مورد ترانسفورماتورها توضیح می‌دهیم، در فصل ۱۱ با عناصر غیرخطی مانند دیودها و تقویت‌کننده‌های عملیاتی سر و کار داریم.

۱- مقاومت

یک عنصر دو سر را مقاومت گویند، اگر در هر لحظه t از زمان، ولتاژ $v(t)$ و جریان $i(t)$ آن در رابطه‌ای که در صفحه $v-i$ به وسیله یک منحنی تعریف می‌شود، صدق کند. این منحنی، منحنی مشخصه مقاومت در لحظه t نامیده می‌شود. معمولی‌ترین مقاومتی که به کار می‌رود مقاومتی است که مشخصه آن با زمان تغییر نمی‌کند، این مقاومت را تغییرناپذیر با زمان گویند. نمایش مداری یک مقاومت در شکل زیر دیده می‌شود.



(به جهت قراردادی جریان و ولتاژ دقت کنید، در مقاومت جریان از سر مثبت ولتاژ وارد می‌شود)

مقاومت‌ها را می‌توان بر حسب آن که خطی یا غیرخطی، تغییرپذیر با زمان و یا تغییرناپذیر با زمان باشند، تقسیم‌بندی کرد. مقاومتی را خطی گویند که در هر لحظه از زمان، مشخصه آن، خط مستقیمی باشد که از مبدأ می‌گذرد. مقاومتی را که خطی نباشد غیرخطی گویند.

مقاومت‌ها به سه دسته عمده تقسیم می‌شوند:

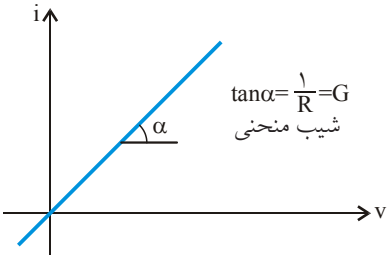
۱-۱- مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان

مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان طبق تعریف، مقاومتی است که مشخصه آن خط مستقیمی باشد که از مبدأ گذشته و با زمان تغییر نکند.

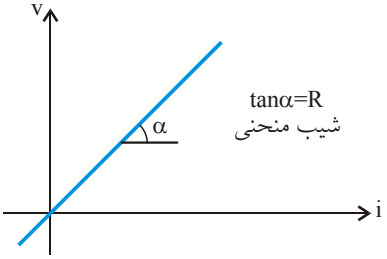
بنابراین رابطه بین مقدار لحظه‌ای ولتاژ $v(t)$ و مقدار لحظه‌ای جریان $i(t)$ طبق قانون اهم به صورت زیر بیان می‌شود.

$$v(t) = Ri(t) \text{ یا } i(t) = Gv(t) \rightarrow R = \frac{1}{G}$$

R و G مقادیر ثابت بوده به v و i و t بستگی ندارند، R را مقاومت و G را رسانایی گویند. در معادلات فوق واحدهای ولتاژ، جریان، مقاومت و رسانایی به ترتیب عبارتند از ولت، آمپر، اهم و مهو.

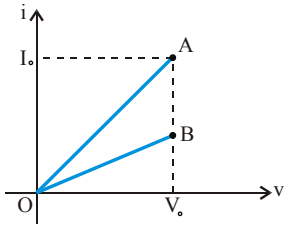


مشخصه یک مقاومت خطی، شیب در صفحه i-v، مقدار رسانایی را معین می‌کند.



مشخصه یک مقاومت خطی، خط مستقیمی است که از مبدأ می‌گذرد. شیب R در صفحه v-i، مقدار مقاومت را معین می‌کند.

مثال ۱: اگر منحنی A مربوط به مقاومت R_A بوده و منحنی B مربوط به مقاومت R_B باشد کدام عبارت صحیح است؟



۱) $R_A > R_B$ ۲) $R_A = R_B$

۳) $R_A < R_B$ ۴) نمی‌توان اظهارنظر کرد.

جواب مثال ۱: گزینه «۳» صحیح است.

$$i - v \text{ شیب نمودار} \rightarrow \tan\alpha_A > \tan\alpha_B \rightarrow \frac{1}{R_A} > \frac{1}{R_B} \rightarrow R_A < R_B$$

۱-۲- مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان

مشخصه یک مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان با معادله‌های زیر توصیف می‌شود.

$$v(t) = R(t)i(t) \quad \text{یا} \quad i(t) = G(t)v(t)$$

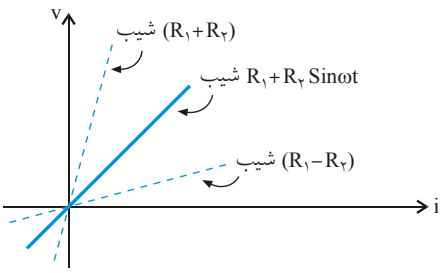
که در آن $R(t) = \frac{۱}{G(t)}$ واضح است که مشخصه در شرط خطی بودن صدق کرده، ولی با زمان تغییر می‌کند.

مشخصه این مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان در صفحه $v - i$، خطی مستقیمی است که در تمام لحظات از مبدأ می‌گذرد. با این وجود، شیب آن در هر لحظه به زمان t بستگی دارد.

به عنوان مثال اگر رابطه بین ولتاژ و جریان به صورت زیر باشد.

$$v(t) = (R_۱ + R_۲ \sin \omega t)i(t) \rightarrow R(t) = R_۱ + R_۲ \sin\ \omega t$$

آن گاه $R(t)$ را یک مقاومت خطی، تغییرپذیر با زمان گویند که شیب آن در هر لحظه به زمان t بستگی دارد. با تغییرزمان، مشخصه بین دو خط با شیب‌های $R_۱ + R_۲$ و $R_۱ - R_۲$ به جلو و عقب نوسان می‌کند.

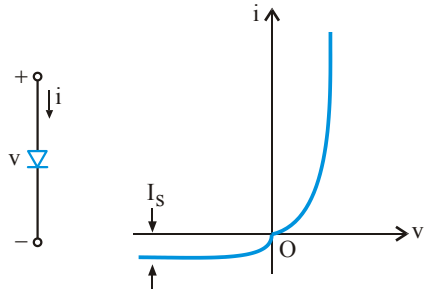


مشخصه فوق یک مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان $v(t) = (R_۱ + R_۲\ Sin\,\omega t)\, i(t)$

۱-۳- مقاومت غیرخطی

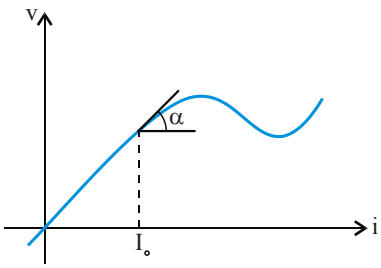
مقاومتی که خطی نباشد، غیرخطی گوییم. یک مثال نمونه‌ای از مقاومت غیرخطی دیود ژرمانیوم است. در مورد دیود پیوندی $P - N$ که در شکل روبرو نشان داده شده است، جریان شاخه، یک تابع غیرخطی از ولتاژ شاخه و به صورت رابطه زیر است:

$$i(t) = I_s(e^{\frac{V}{\eta V_T}} - ۱)$$



شکل فوق نمایش یک دیود پیوندی $P - N$ و مشخصه آن که در صفحه *i-v* رسم شده است.

مشخصه یک مقاومت غیرخطی در تمام لحظات یک خط مستقیم گذرنده از مبدأ صفحه $v-i$ نیست. معادله ولتاژ-جریانی یک مقاومت غیرخطی به صورت $v=f(i)$ می‌باشد که در شکل زیر نشان داده شده است.



نمایش یک نمونه از مقاومت غیرخطی

برای محاسبه مقدار مقاومت لحظه‌ای باید به صورت روبرو عمل کرد.

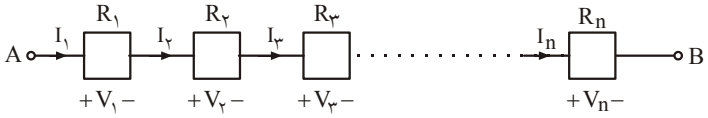
$$R=\left.\frac{\partial v}{\partial i}\right|_{i=i_{\circ}}=\tan\alpha$$

که در آن برای محاسبه R، در یک جریان خاص، مشتق ولتاژ نسبت به جریان محاسبه می‌گردد.

در این فصل به مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان می‌پردازیم.

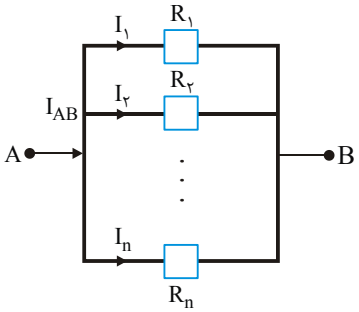
۱-۴- انواع اتصالات در مقاومت

الف) اتصال سری مقاومت‌ها: اتصال سری چند مقاومت را در شکل زیر مشاهده می‌کنید.



$$\begin{cases}I_{AB}=I_۱=I_۲=I_۳=....=I_n\\ V_{AB}=V_۱+V_۲+V_۳+.....+V_n\end{cases}\rightarrow R_{AB}=R_۱+R_۲+R_۳+.....+R_n$$

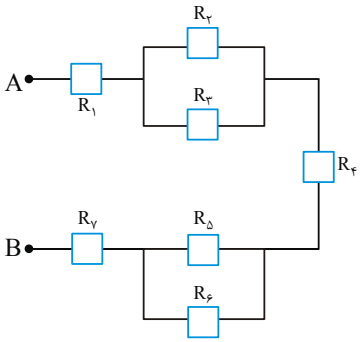
ب) اتصال موازی مقاومت‌ها: اتصال موازی چند مقاومت را در شکل زیر مشاهده می‌کنید.



$$\begin{cases}I_{AB}=I_۱+I_۲+I_۳+....+I_n\\ V_{AB}=V_۱=V_۲=V_۳=.....=V_n\end{cases}$$
$$\rightarrow\frac{۱}{R_{AB}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}+.....+\frac{۱}{R_n}$$

حالت خاصی: اگر دو مقاومت R_1 و R_2 موازی شوند مقاومت هادی به صورت $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ می‌باشد.

پ) اتصال مختلط در مقاومت:



$$\rightarrow R_{AB} = R_1 + (R_2 \,||\, R_3) + R_4 + (R_5 \,||\, R_6) + R_7$$

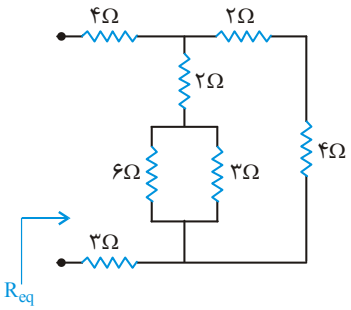
مثال ۲: مقاومت معادل مدار شکل زیر چند اهم است؟

۱) ۱۴/۴

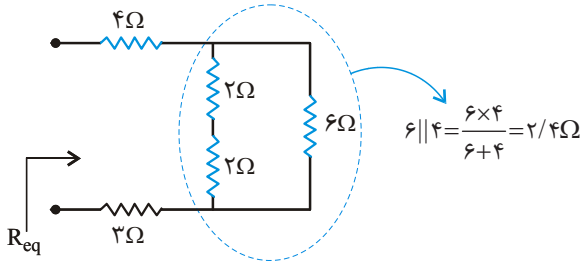
۲) ۹/۴

۳) ۶/۲

۴) ۱۱



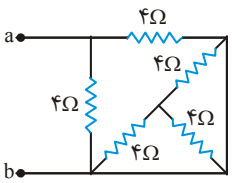
جواب مثال ۲: گزینه «۲» صحیح است. دو مقاومت ۴ و ۲، اهمی مدار با هم سری $(۲ + ۴ = ۶\Omega)$ و دو مقاومت ۶ و ۳ اهم با هم موازی هستند $(۶ \,||\, ۳ = \frac{۶\times۳}{۶+۳} = ۲\Omega)$. مطابق شکل دو مقاومت ۲ اهمی با هم سری هستند و معادل آنها یک مقاومت ۴ اهمی می‌باشد که با مقاومت ۶ اهمی موازی می‌باشد.



پس مقاومت‌های ۴ و ۳ و ۲/۴ اهمی با هم سری هستند:

$$R_{eq} = ۴ + ۲/۴ + ۳ = ۹/۴\Omega$$

مثال ۳: مقاومت معادل در شکل روبرو از دو پایانه a و b چند اهم است؟



۱) ۲/۶ ۲) ۴
۳) ۲ ۴) صفر

جواب مثال ۳: گزینه «۳» صحیح است. با دقت مشاهده می‌شود که مقاومت‌های ۴ اهمی شاخه بالا و سمت چپ مدار را با هم موازی هستند. (مقاومت‌های شاخه مثلثی شکل درواقع اتصال کوتاه شده‌اند) لذا:

$$R_{AB} = \frac{۴ \times ۴}{۴ + ۴} = ۲\Omega$$

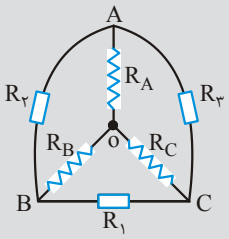
۱-۵- تبدیل روابط ستاره به مثلث و برعکس

تبدیل مثلث به ستاره

$$\begin{cases} R_A = \dfrac{R_۲R_۳}{R_۱ + R_۲ + R_۳} \\ R_B = \dfrac{R_۱R_۲}{R_۱ + R_۲ + R_۳} \\ R_C = \dfrac{R_۱R_۳}{R_۱ + R_۲ + R_۳} \end{cases}$$

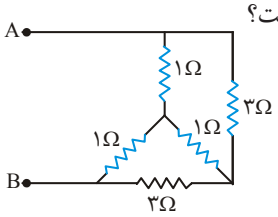
تبدیل ستاره به مثلث

$$\begin{cases} R_۱ = \dfrac{R_AR_B + R_AR_C + R_CR_B}{R_A} \\ R_۲ = \dfrac{R_AR_B + R_AR_C + R_CR_B}{R_C} \\ R_۳ = \dfrac{R_AR_B + R_AR_C + R_CR_B}{R_B} \end{cases}$$



در صورتی که $R_A = R_B = R_C = R$ باشد آنگاه $R_۱ = R_۲ = R_۳ = ۳R$ و اگر $R_۱ = R_۲ = R_۳ = R$ باشد آنگاه $R_A = R_B = R_C = \frac{R}{۳}$ می‌باشد. (در مقاومت‌های برابر، $R_\Delta = ۳R_\lambda$ می‌باشد)

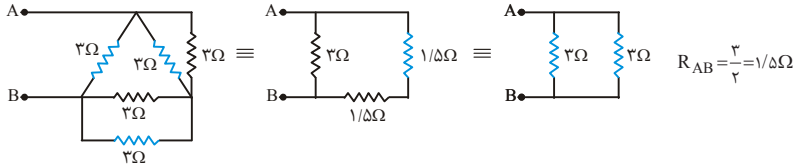
مثال ۴: مقاومت معادل مدار شکل زیر از دو پایانه A و B چند اهم است؟



۱) ۱/۵ ۲) ۳
۳) ۹ ۴) ۰/۳

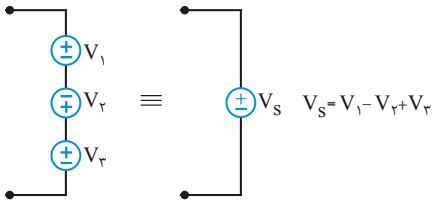
جواب مثال ۴: گزینه «۱» صحیح است. مقاومت‌های ستاره ۱ اهم به مثلث ۳ اهم تبدیل می‌شوند.

$$R_\Delta = ۳R_\lambda = ۳ \times ۱ = ۳\Omega$$

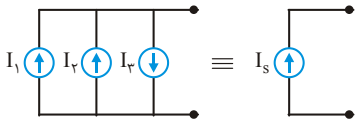


نکته

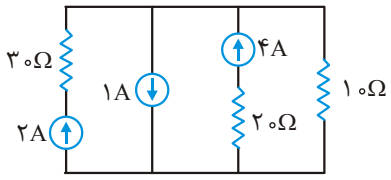
۱- هرگاه چند منبع ولتاژ به یکدیگر به صورت سری متصل شده باشند، منبع معادل آنها از جمع جبری منابع می‌باشد. (به جهت پلاریته‌ها دقت شود)



۲- هرگاه چند منبع جریان به صورت موازی با یکدیگر متصل شده باشند می‌توان معادل آنها را با جمع جبری منابع به دست آورد. (به جهت منابع جریان دقت شود)



مثال ۵: توان تلف شده در مقاومت ۱۰ اهمی مدار زیر چند وات است؟



۱) ۴۹۰
۲) ۲۵۰
۳) ۱۶۰
۴) ۹۰

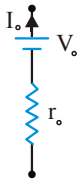
جواب مثال ۵: گزینه «۲» صحیح است. جریان مقاومت ۱۰ اهمی از جمع جبری منابع جریان به دست می‌آید، لذا داریم:

$$I_{۱۰\Omega} = ۲ + ۴ - ۱ = ۵A \quad و \quad P_{۱۰\Omega} = ۱۰(I_{۱۰\Omega})^۲ = ۱۰ \times ۵^۲ = ۲۵۰W$$

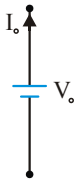
۲- انواع منابع

۲-۱- منبع ولتاژ مستقل

منبعی است که بدون توجه به جریان عبوری بین دو سر خود، ولتاژ ثابت $V_\circ$ را تولید می‌کند. نمایش مداری منابع ولتاژ مستقل تئوری و واقعی در شکل‌های زیر دیده می‌شود.



منبع ولتاژ واقعی، مقاومت $r_\circ$ با منبع $v_\circ$ سری شده است.

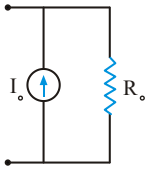


منبع ولتاژ مستقل تئوری

در منابع ولتاژ، جریان از سر مثبت منبع ولتاژ خارج می‌شود.

۲-۲- منبع جریان مستقل

منبعی است که جریان ثابت I_s را بدون توجه به ولتاژ دو سر خود از خود عبور می‌دهد. نمایش مداری منابع جریان مستقل تئوری و واقعی در شکل‌های زیر دیده می‌شوند.



منبع جریان واقعی، مقاومت R_s با منبع جریان موازی است.

منبع جریان مستقل تئوری

در منابع جریان، جریان از سر مثبت ولتاژ خارج می‌شود.

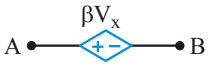
در ترکیب مدارهای الکتریکی علاوه بر منابع ولتاژ مستقل و منابع جریان مستقل، منابع وابسته ولتاژ و منابع وابسته جریان نیز وجود دارند، در این نوع منابع ولتاژ و جریان این منابع به جریان و ولتاژ عنصر دیگری وابسته است و مستقل نیستند، برای اینکه این منابع با منابع مستقل اشتباه نشوند این عناصر را در درون لوزی قرار می‌دهند.

منابع وابسته نیز طبقه‌بندی خاصی دارند که در ادامه به آنها اشاره می‌کنیم:

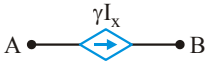
۲-۳- منابع وابسته

۱- منبع ولتاژ وابسته به جریان: $V_{AB}=\alpha i_x$

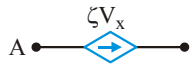
۲- منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ $V_{AB}=\beta V_x$



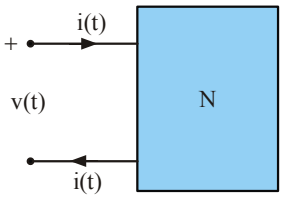
۳- منبع جریان وابسته به جریان $I_{AB}=\gamma I_x$



۴- منبع جریان وابسته به ولتاژ $I_{AB}=\zeta V_x$



۳- توان و انرژی



توان لحظه‌ای یک شبکه حاصلضرب ولتاژ در جریان آن شبکه است به شرطی که جهت‌های قراردادی ولتاژ و جریان جهت‌های قراردادی متناظر نشان داده شده در شکل روبرو باشد. فرض کنید $P(t)$ نشان‌دهنده توان (بر حسب وات) باشد در این صورت:

$$P(t) = v(t).i(t)$$

به جهت‌های ولتاژ و جریان دقت کنید.

چون انرژی (بر حسب ژول) انتگرال توان می‌باشد نتیجه می‌شود که انرژی گرفته شده به وسیله المان فوق از زمان t_0 تا زمان t عبارت است از:

$$w(t_0,t)=\int_{t_0}^{t} p(\tau)d\tau=\int_{t_0}^{t} \nu(\tau)i(\tau)d\tau$$

در فرمول توان اگر $p(t)>0$ باشد یعنی شبکه به دنیای خارج توانی تحویل نمی‌دهد بلکه خود مصرف‌کننده توان است ولی اگر $p(t)<0$ باشد یعنی شبکه فوق به دنیای خارج توان تحویل می‌دهد.

توان مصرفی در مقاومت: اگر جریان و ولتاژ دو سر مقاومت DC باشد، توان مصرفی در یک مقاومت از فرمول‌های روبرو محاسبه می‌گردد.

$$P=V.I=RI^2=\frac{V^2}{R}$$

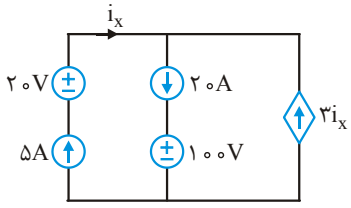
ولی اگر جریان و ولتاژ دو سر مقاومت به صورت سینوسی باشند آن گاه توان مصرفی در یک مقاومت به صورت روبرو است:

$$P=V_{rms}.I_{rms}=R\ I_{rms}^{\ 2}=\frac{V_{rms}^{\ 2}}{R}$$

که V_{rms} ولتاژ موثر دو سر مقاومت و I_{rms} جریان موثر عبوری از مقاومت می‌باشد. در مورد انواع توان و V_{rms} و I_{rms} مفصلاً در فصل (۴) توضیح داده شده است.

تذکر: توان در خازن و سلف مصرف نمی‌شود، چون این عناصر ذخیره‌کننده انرژی هستند.

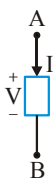
مثال ۶: در مدار شکل زیر کدام عبارت برای منبع ۱۰۰ ولتی درست است؟



۱) ۲ کیلو وات تحویل می‌دهد.
۲) ۲ کیلو وات تحویل می‌گیرد.
۳) یک کیلو وات تحویل می‌دهد.
۴) هیچکدام

جواب مثال ۶: گزینه «۲» صحیح است.

یادآوری: جهت قراردادی ولتاژ شاخه و جهت قراردادی جریان شاخه را متناظر گویند اگر جریان مثبت از سری که علامت + دارد وارد شاخه شود و از سری که علامت منفی دارد خارج شود.



هرگاه جهت‌های قراردادی متناظر به کار روند، حاصلضرب $v(t)i(t)$ توانی است که در لحظه t به شاخه تحویل داده می‌شود.

انرژی مصرفی در مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان: در یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان، حاصلضرب توان در زمان را انرژی مصرف شده در مقاومت می‌نامیم و خواهیم داشت:

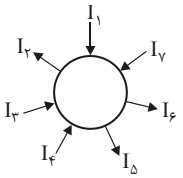
$$W = p \times t = VIt = RI^{2}t = \frac{V^{2}}{R}t$$

۴- قوانین کیرشهف

۱- قانون جریان کیرشهف (KCL) ۲- قانون ولتاژی کیرشهف (KVL)

۴-۱- قانون جریان کیرشهف *(KCL)*

برطبق این قانون جمع جبری جریان‌هایی که به یک گره وارد می‌شود صفر است و یا به عبارت دیگر مجموع جریان‌های وارد شده به یک گره با مجموع جریان‌های خارج شده از آن برابر است:



$$I_{1} - I_{2} + I_{3} + I_{4} - I_{5} - I_{6} + I_{7} = 0$$

یا

$$I_{1} + I_{3} + I_{4} + I_{7} = I_{2} + I_{5} + I_{6}$$

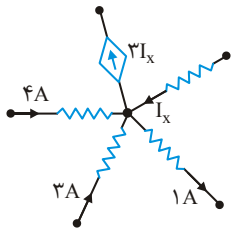
مثال ۷: مقدار جریان I_x کدام است؟

۱) $2A$

۲) $3A$

۳) $-2A$

۴) $-3A$

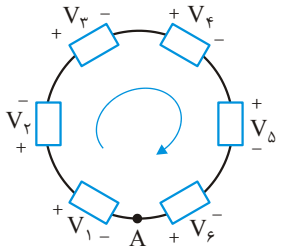


جواب مثال ۷: گزینه «۲» صحیح است. با نوشتن KCL در گره داریم:

$$4 + 3 + I_x = 3I_x + 1 \rightarrow 2I_x = 6 \rightarrow I_x = 3A$$

۴-۲- قانون ولتاژ کیرشهف *(KVL)*

برطبق این قانون جمع جبری ولتاژها در هر مسیر بسته‌ای از مدار صفر است.



$$-V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 - V_6 = 0$$

KVL را برای هر مداری در جهت‌های مختلف و با شروع از نقاط مختلف می‌توان نوشت اما معمولاً حرکت در جهت ساعتگرد قراردادی باشد. برای مثال در شکل فوق حرکت از نقطه A بوده و پس از حرکت در جهت ساعتگرد دوباره به نقطه A رسیده‌ایم و در این مسیر هر جا به عنصری برخوردیم، اگر از طرف مثبت وارد آن عنصر شدیم ولتاژ آن را با علامت مثبت و اگر از سمت منفی وارد عنصر شدیم آن را با علامت منفی لحاظ کردیم.

در نوشتن KVL در یک حلقه بسته، پلاریته منبع ولتاژ مشخص می‌باشد، اما در مورد مقاومت‌ها اگر پلاریته آنها مشخص نبود، محل ورود جریان به مقاومت، پلاریته مثبت و محل خروج آن پلاریته منفی در نظر گرفته و اندازه افت ولتاژ روی مقاومت RI می‌باشد.

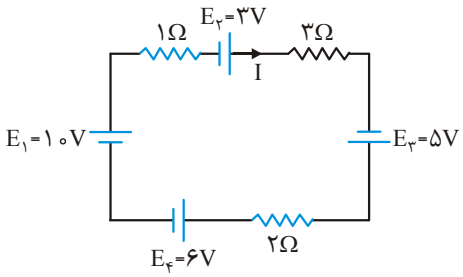
مثال ۸: در مدار زیر I چند آمپر است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۲/۵



جواب مثال ۸: گزینه «۲» صحیح است.

با اعمال KVL در حلقه داریم:

$$-E_۱ + ۱\times I - E_۲ + ۳\times I - E_۳ + ۲\times I + E_۴ = ۰ \rightarrow -۱۰ + I - ۳ + ۳I - ۵ + ۲I + ۶ = ۰$$

$$\rightarrow ۶I = ۱۸ - ۶ \rightarrow I = \frac{۱۲}{۶} = ۲A$$

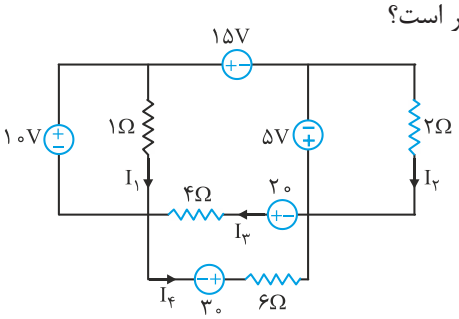
مثال ۹: در مدار زیر $I_۱ + I_۲ + I_۳ + I_۴$ چند آمپر است؟

۱) ۱۵/۵

۲) -۱/۵

۳) ۱۷/۵

۴) ۱۳/۵



جواب مثال ۹: گزینه «۳» صحیح است. ولتاژ دو سر مقاومت‌های ۱ و ۲ اهمی مشخص است، لذا داریم:

$$I_۱ = \frac{۱۰}{۱} = ۱۰A \quad , \quad I_۲ = \frac{-۵}{۲} = -۲/۵A$$

با نوشتن KVL در حلقه شامل چهار منبع ولتاژ ۱۰، ۱۵، ۵ و ۲۰ ولتی و مقاومت ۴ اهم، مقدار جریان $I_۳$ مشخص خواهد شد:

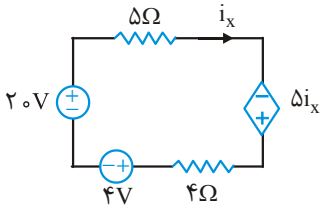
$$-۱۰+۱۵-۵-۲۰+۴I_۳=۰\rightarrow ۴I_۳=۲۰\rightarrow I_۳=۵A$$

حال با نوشتن KVL در حلقه متشکل از منابع ۱۰، ۱۵، ۵ و ۳۰ ولتی و مقاومت ۶ اهمی، جریان $I_۴$ را تعیین می‌کنیم:

$$-۱۰+۱۵-۵-۶I_۴+۳۰=۰\rightarrow ۶I_۴=۳۰\rightarrow I_۴=۵A$$

$$I_۱+I_۲+I_۳+I_۴=۱۰+(-۲/۵)+۵+۵=۱۷/۵A$$

مثال ۱۰: توان منبع وابسته ولتاژ در مدار شکل مقابل چند وات است؟



۱) -۴۰

۲) ۸۰

۳) -۸۰

۴) ۴۰

جواب مثال ۱۰: گزینه «۳» صحیح است. با اعمال KVL در حلقه داریم:

طبق تعریف توان داریم:

$$-۲۰+۵i_x-۵i_x+۴i_x+۴=۰\rightarrow ۴i_x=۱۶\rightarrow i_x=۴A$$

$$P_{۵i_x}=۵i_x\cdot(-i_x)=-۵i_x^۲\xrightarrow{i_x=۴}P=-۵\times ۴^۲=-۵\times ۱۶=-۸۰W$$

۵- روش‌های تحلیل مدارهای مقاومتی

منظور از تحلیل یک مدار به دست آوردن ولتاژ و جریان تمام شاخه‌ها و یا دسته معینی از شاخه‌ها است. اساس کلیه روش‌های تحلیل مدار اعمال مناسب قوانین KCL و KVL می‌باشد.

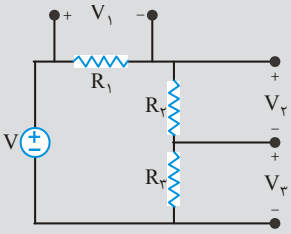
نقطه شروع هر روش در تحلیل مدار نوشتن معادلات KCL و KVL و همچنین تمام معادلات شاخه‌ها است. اختلاف اصلی میان روش‌های مختلف تحلیل مدار، تعداد و نوع متغیرهایی است که نهایتاً به عنوان متغیرهای مدار در نظر گرفته شده، می‌شوند. روشهای تحلیل مدار را می‌توان به صورت زیر طبقه‌بندی کرد:

۱- روش تحلیل با استفاده از قاعده تقسیم جریانی، تقسیم ولتاژی، تبدیل منابع وپل وتسون
۲- روش تحلیل گره ۳- روش تحلیل مش ۴- جمع آثار ۵- روش ابتکاری

۵-۱- روش تحلیل با استفاده از قاعده تقسیم جریانی، تقسیم ولتاژی، تبدیل منابع و پل وتسون

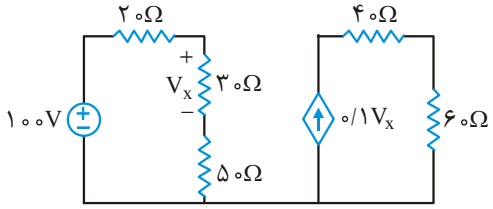
در این تحلیل با استفاده از قاعده تقسیم ولتاژی، قاعده تقسیم جریانی، تبدیل منابع وپل وتسون، مجهول مورد نظر را محاسبه می‌کنیم.

تذکر: قانون تقسیم ولتاژی در مدار به صورت زیر است:



$$V_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2+R_3}V, V_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2+R_3}V,$$
$$V_3 = \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}V$$

مثال ۱۱: توان مقاومت ۴۰ اهمی کدام است؟



۱) $840\ W$

۲) $480\ W$

۳) $630\ W$

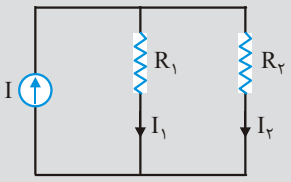
۴) $360\ W$

جواب مثال ۱۱: گزینه «۴» صحیح است. ابتدا با توجه به قانون تقسیم ولتاژ، V_x را محاسبه می‌کنیم.

$$V_x = \frac{30}{30+20+50}\times 100 = 30V$$

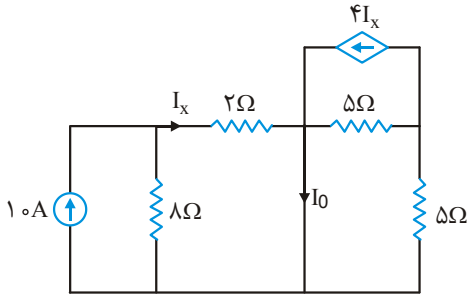
$$P_{40\Omega} = 40(I)^2 \xrightarrow[V_x=30]{I=0/1V_x} P_{40\Omega} = 40(0/1\times 30)^2 = 40\times 9 = 360W$$

تذکر: قانون تقسیم جریانی در مدار بصورت زیر است:



$$I_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2}I \ , \ I_2 = \frac{R_1}{R_1+R_2}I$$

مثال ۱۲: I_0 کدام است؟



۱) $8\ A$

۲) $42\ A$

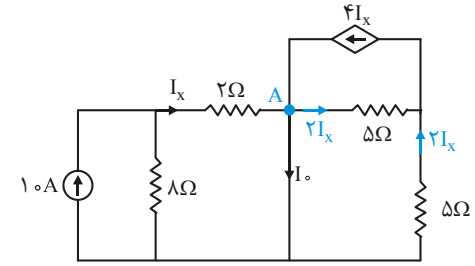
۳) $24\ A$

۴) $5\ A$

جواب مثال ۱۲: گزینه «۳» صحیح است. مقاومت‌ها ۲ و ۸ اهمی با یکدیگر موازی‌اند پس طبق فرمول تقسیم جریان I_x به صورت روبرو می‌باشد.

$$I_x = \frac{۸}{۸+۲} \times ۱۰ = ۸A$$

۲ مقاومت ۵ اهمی نیز با همدیگر موازی‌اند پس طبق فرمول تقسیم جریان، جریان هر کدام برابر $۲I_x$ می‌گردد پس مدار به صورت زیر ساده می‌گردد.



$$KCL(A): I_x + ۴I_x = ۲I_x + I_۰ \xrightarrow{I_x=۸} I_۰ = ۲۴A$$

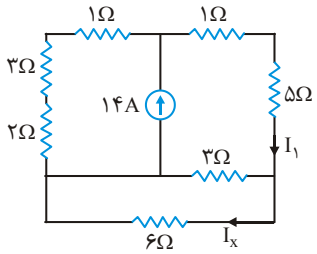
مثال ۱۳: مقدار جریان I_x کدام است؟

۱) ۲

۲) ۶

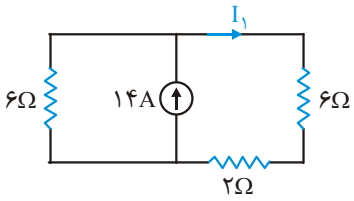
۳) ۳

۴) ۰/۵



جواب مثال ۱۳: گزینه «۱» صحیح است. دو مقاومت ۳ و ۶ اهمی با هم موازی‌اند و معادل آنها برابر $R = \frac{۳ \times ۶}{۳+۶} = ۲\Omega$ می‌باشد لذا به صورت زیر ساده می‌گردد.

با استفاده از قانون تقسیم جریان داریم:



$$I_۱ = \frac{۶}{۶+۶+۲} \times ۱۴ = ۶A$$

I_x همان جریانی است که بین دو مقاومت موازی ۳ و ۶ اهمی باید تقسیم شود (مدار شکل صورت سوال را ببینید)

$$I_x = \frac{۳}{۳+۶} \times ۶ = \frac{۱۸}{۹} = ۲A$$

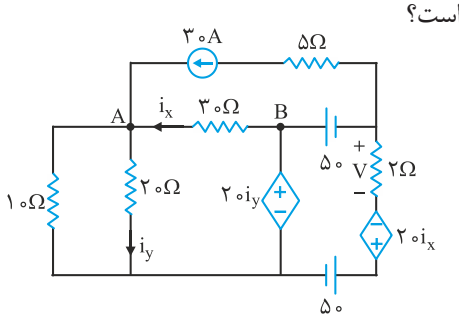
مثال ۱۴: در مدار زیر توان مقاومت ۲ اهمی چقدر است؟

۱) ۲۵۰۰

۲) ۱۰۰۰

۳) ۵۰۰۰

۴) ۷۵۰۰



جواب مثال ۱۴: گزینه «۳» صحیح است. ولتاژ B برابر $۲۰i_y$ و ولتاژ نقطه A نیز $۲۰i_y$ می‌باشد بنابراین از مقاومت ۳۰ اهمی جریان عبور نمی‌کند پس $i_x = ۰$ می‌باشد پس منبع جریان ۳۰ آمپری بین مقاومت ۲۰ و ۱۰ اهمی تقسیم می‌شود.

$$i_y = \frac{۱۰}{۱۰+۲۰} \times ۳۰ = ۱۰A$$

چون $i_x = ۰$ شده است پس منبع وابسته $۲۰i_x$ اتصال کوتاه می‌گردد ولتاژ دو سر مقاومت ۲ اهمی در اثر اعمال KVL در حلقه سمت راست داریم:

$$V = -۵۰+۲۰i_y -۵۰+۲۰i_x \xrightarrow[i_y=۱۰]{i_x=۰} V = -۵۰+۲۰۰-۵۰ = ۱۰۰ \rightarrow P = \frac{V^۲}{۲} = ۵۰۰۰W$$

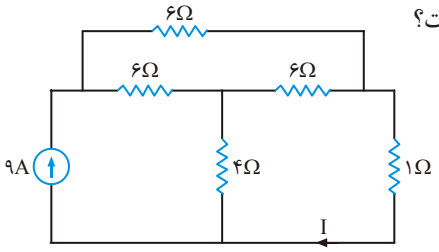
مثال ۱۵: در مدار شکل مقابل جریان I چند آمپر است؟

۱) ۶

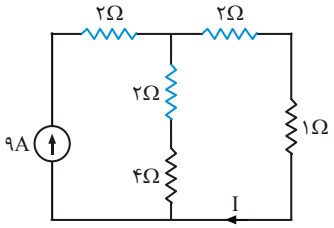
۲) ۴

۳) ۳

۴) ۲



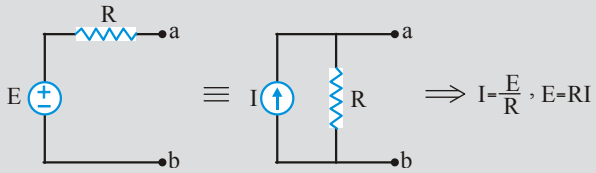
جواب مثال ۱۵: گزینه «۱» صحیح است. با تبدیل مثلث به ستاره و استفاده از قانون تقسیم جریانی داریم:



$$I = ۹ \times \left[\frac{(۲+۴)}{(۲+۴)+(۲+۱)}\right] = ۹ \times \frac{۶}{۹} = ۶A$$

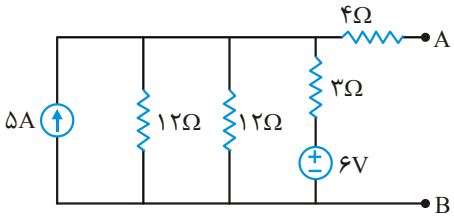
قانون تبدیل منابع

می‌توان مقاومت سری با منبع ولتاژ را به یک مقاومت موازی با منبع جریان مطابق شکل زیر تبدیل نمود.



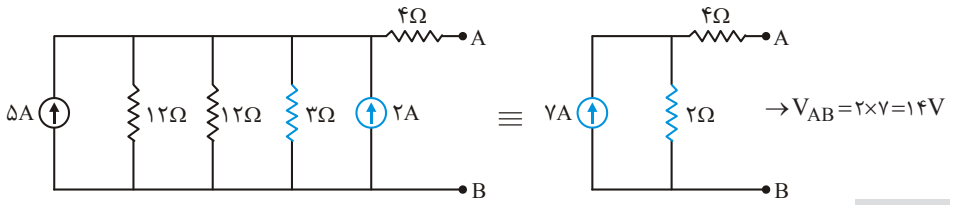
تبدیل منابع برای منابع وابسته نیز صدق می‌کند و نکته مهم این تبدیل در نظر گرفتن جهت منبع ولتاژ و جهت منبع جریان پس از تبدیل می‌باشد.

مثال ۱۶: در مدار مقابل V_{AB} کدام است؟

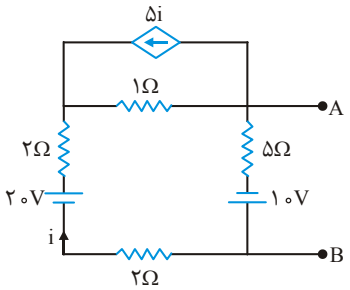


۱) ۶
۲) ۴
۳) ۱۰
۴) ۱۴

جواب مثال ۱۶: گزینه «۴» صحیح است. با تبدیل منبع ولتاژ به منبع جریان داریم:

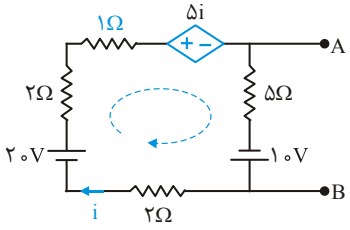


مثال ۱۷: در مدار زیر i و V_{AB} به ترتیب کدام‌اند؟



۱) $۲\ A$ و $۰V$
۲) $۲\ A$ و $۲۰\ V$
۳) $۱\ A$ و $۵\ V$
۴) $۱\ A$ و $۱۵\ V$

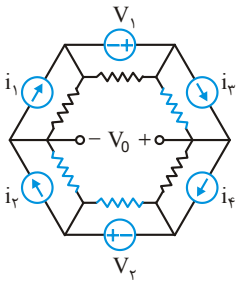
جواب مثال ۱۷: جواب گزینه «۱» صحیح است. با تبدیل منبع جریان وابسته به منبع ولتاژ وابسته و نوشتن KVL در حلقه مدار داریم:



$$KVL = i + ۵i + ۵i - ۱۰ + ۲i - ۲۰ + ۲i = ۰ \rightarrow i = ۲A$$

$$V_{AB} = ۵i - ۱۰ \xrightarrow{i=۲} V_{AB} = ۱۰ - ۱۰ = ۰$$

مثال ۱۸: در مدار شکل زیر مقادیر منابع ولتاژ $۲V$ و مقادیر منابع جریان $۱A$ است. در صورتی که کلیه مقادیر مقاومت‌ها ۱Ω باشد $V_۰$ کدام است؟



۱) صفر

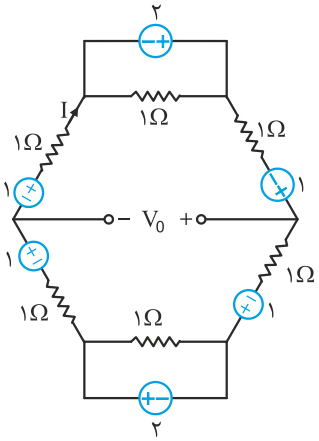
۲) ۱ ولت

۳) ۲ ولت

۴) ۳ ولت

جواب مثال ۱۸: گزینه «۱» صحیح است.

با تبدیل منابع، مدار به صورت زیر ساده می‌گردد. با اعمال KVL در حلقه داریم:



$$-۱+۱\times I-۲+۱\times I-۱+۱\times I-۱-۲+۱\times I-۱=۰$$

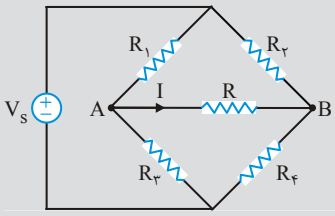
$$\rightarrow I=\frac{۲+۲+۱+۱+۱+۱}{۱+۱+۱+۱}=\frac{۸}{۴}=۲A$$

$$V_۰=۱-I\times ۱+۲-I\times ۱+۱$$

$$\rightarrow V_۰=-۲I+۴\rightarrow V_۰=-۴+۴=۰$$

پل وتسون

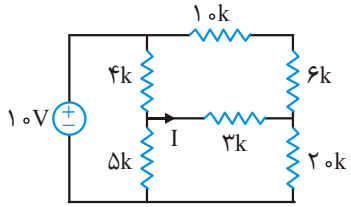
مدار شکل مقابل یک پل وتسون می‌باشد اگر $V_A=V_B$ و از مقاومت R هیچ جریانی عبور نکند در این حالت پل وتسون را پل متعادل می‌نامیم. در مسائل شرط تعادل برای پل وتسون به صورت شکل زیر بررسی می‌گردد:



$$R_۱R_۴=R_۳R_۲$$

هرگاه تساوی بالا برابر برقرار باشد، آنگاه $V_{AB}=۰$ و $I_{AB}=۰$ خواهد بود.

مثال ۱۹: در مدار زیر I کدام است؟



۱) ۰

۲) ۱

۳) ۴

۴) ۳

جواب مثال ۱۹: جواب گزینه «۱» صحیح است. مدار پل وتسون است، مقاومت k ۶ و k ۱۰ سری هستند پس داریم:

$$۴\times ۲۰ = ۵\times(۱۰+۶) \Rightarrow I = ۰$$

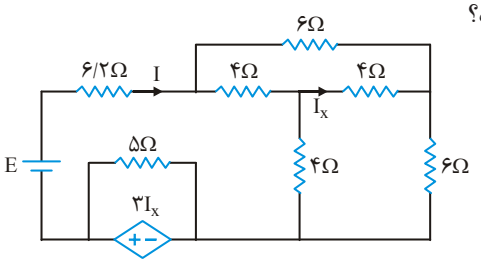
مثال ۲۰: اگر $I = ۲A$ باشد مقدار E کدام است؟

۱) ۲۲

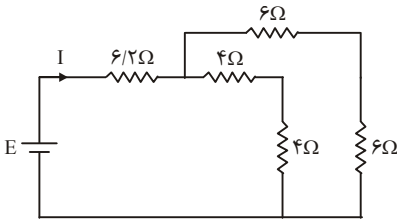
۲) ۱۱

۳) ۵/۵

۴) ۲۰



جواب مثال ۲۰: گزینه «۱» صحیح است. مدار فوق پل وتسون می‌باشد و مقاومت ۴ اهمی از مدار حذف می‌گردد (پس I_x صفر می‌گردد، منبع ولتاژ وابسته $۳I_x$ صفر می‌گردد و مقاومت ۵ اهمی موازی با منبع وابسته حذف می‌گردد) پس داریم:



$$I = \frac{E}{\sum R} = \frac{E}{۶/۲+[۸||۱۲]} = \frac{E}{۱۱} \xrightarrow{I=۲} E = ۲۲V$$

۲-۵- روش تحلیل گره

همان طور که از نام روش تحلیل گره بر می‌آید، در این روش متغیرهای مورد نظر ولتاژ گره‌ها هستند. ولتاژ گره‌ها نسبت به هم سنجیده می‌شوند. بنابراین ابتدا گرهی را به عنوان گره مبنا با ولتاژ دلخواه انتخاب می‌کنیم، سپس با به کارگیری روش تحلیل گره، ولتاژ گره‌های دیگر را نسبت به این گره مبنا به دست آوریم. برای تحلیل گره می‌توان مراحل زیر را دنبال کرد:

۱- ابتدا گره‌ای را به عنوان گره مبنا انتخاب کرده و ولتاژ آن را صفر در نظر بگیرید.

۲- همه گره‌های مدار را شماره‌گذاری کنید و گره مبنا را با شماره صفر نشان دهید.

برای گره بالای منبع ولتاژ چون ولتاژش نسبت به زمین معلوم است، شماره‌گذاری صورت نمی‌گیرد، مگر اینکه جریان منبع ولتاژ مورد سوال باشد، برای گره بالای منبع جریان مستقل شماره‌گذاری صورت نمی‌گیرد.

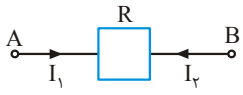
۳- ولتاژ گره‌ها را نسبت به گره مبنا به عنوان متغیرهای مدار انتخاب کنید.

۴- قانون KCL را در تمام گره‌های مدار به جز گره مبنا بنویسید (معادلات گره) و سعی کنید معادلات حاصل منحصراً بر حسب ولتاژ گره‌ها نوشته شوند یعنی متغیرهای دیگر را بر حسب ولتاژهای گره‌های انتخاب شده بیان کنید.

۵- منابع وابسته را از هر نوع که باشند مانند منابع مستقل در نظر بگیرید و پس از اعمال KCL به گره‌ها، سعی کنید فقط متغیرهای ولتاژ گره‌ها در معادلات ظاهر شوند.

۶- در حالت کلی، اعمال مراحل فوق به هر مدار مقاومتی به n معادله n مجهولی بر حسب متغیرهای ولتاژ گره منجر می‌شود (n تعداد گره‌ها به استثنای گره مبنا است). این معادلات را با روش کرامر یا هر روش دیگری که راحت‌تر می‌باشد، حل کنید و ولتاژ گره‌ها را به دست آورید.

۷- ولتاژ هر شاخه برابر تفاضل ولتاژ گره‌های دو سر آن شاخه است و جریان هر شاخه با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

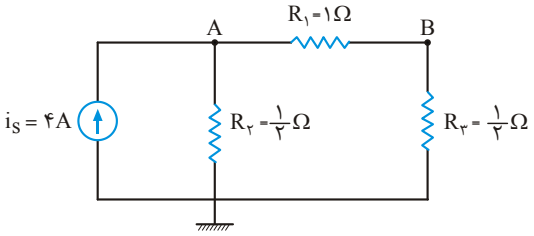


$$I_1 = \frac{V_A - V_B}{R} \quad , \quad I_2 = \frac{V_B - V_A}{R}$$

که در رابطه فوق R امپدانس شاخه بین A و B است و I_1 , I_2 جریان‌های عبوری از آن شاخه می‌باشد.

۸- در اعمال روش تحلیل گره اگر منبع ولتاژی به دو گره زمین نشده، وصل شده باشد، راحت‌تر است که KCL را در گره مرکب متشکل از این دو گره بنویسیم تا نیازی به معرفی متغیر اضافی دیگری به عنوان جریان منبع ولتاژ نباشد. (ابرگره)

مثال ۲۱: در مدار شکل مقابل V_A و V_B کدامند؟



۱) $V_A = ۱/۵$ و $V_B = ۰/۵$

۲) $V_A = ۰/۵$ و $V_B = ۱/۵$

۳) $V_A = ۲$ و $V_B = ۳$

۴) $V_A = ۳$ و $V_B = ۲$

جواب مثال ۲۱: گزینه «۱» صحیح است.

با اعمال KCL در گره A داریم:

$$i_s = \frac{V_A}{R_2} + \frac{V_A - V_B}{R_1} \Rightarrow ۴ = \frac{V_A}{\frac{۱}{۲}} + \frac{V_A - V_B}{۱} \Rightarrow ۳V_A - V_B = ۴$$

با اعمال KCL در گره B داریم:

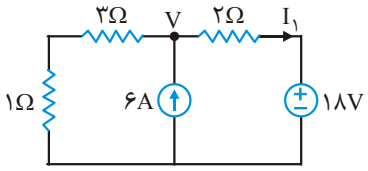
$$\frac{V_B - V_A}{۱} + \frac{V_B}{\frac{۱}{۲}} = ۰ \rightarrow -V_A + ۳V_B = ۰$$

پس داریم:

$$\begin{cases} ۳V_A - V_B = ۴ \\ -V_A + ۳V_B = ۰ \end{cases} \rightarrow$$

$$V_A = \frac{\begin{vmatrix} ۴ & -۱ \\ ۰ & ۳ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} ۳ & -۱ \\ -۱ & ۳ \end{vmatrix}} = ۱/۵V \qquad \text{و} \qquad V_B = \frac{\begin{vmatrix} ۳ & +۴ \\ -۱ & ۰ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} ۳ & -۱ \\ -۱ & +۳ \end{vmatrix}} = ۰/۵V$$

مثال ۲۲: در مدار زیر $I_۱$ کدام است؟



۱) -۱

۲) $+۱$

۳) ۶

۴) ۷

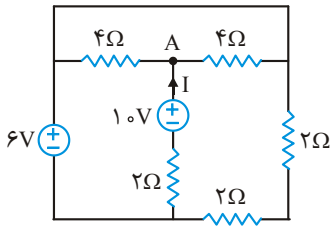
جواب مثال ۲۲: گزینه «۲» صحیح است. این مدار دارای سه گره (که یکی از آنها زمین است) می‌باشد که نتیجتاً دو ولتاژ باید مشخص شود که ولتاژ گره سمت راست معلوم است و لذا با تعیین ولتاژ V جریان کل شاخه‌ها تعیین می‌گردد. با نوشتن KCL در گره وسطی داریم: (شاخه‌ای که جریان آن مشخص نشده است خارج شونده فرض می‌شود)

$$۶ = \frac{V}{۱+۳} + \frac{V-۱۸}{۲} \xrightarrow{\times ۴} ۲۴ = V + ۲(V-۱۸) \rightarrow ۳V = ۶۰ \rightarrow V = ۲۰V$$

از طرفی داریم:

$$I_۱ = \frac{V-۱۸}{۲} \xrightarrow{V=۲۰} I_۱ = \frac{۲۰-۱۸}{۲} = ۱A$$

مثال ۲۳: در مدار زیر توان منبع ولتاژ ۱۰ ولتی کدام است؟



۱) $۱۲/۵\ W$

۲) $۱۰\ W$

۳) $-۱۰\ W$

۴) $-۱۲/۵\ W$

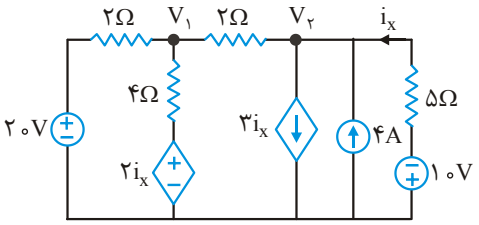
جواب مثال ۲۳: گزینه «۳» صحیح است. هدف محاسبه جریان I می‌باشد چون با داشتن جریان I، توان منبع ولتاژ محاسبه می‌گردد $(P = ۱۰ \times (-I))$ پس با اعمال KCL در گره A داریم: (ولتاژ گره سمت راست و چپ برابر ۶ ولت می‌باشد)

$$\frac{V_A-۶}{۴}+\frac{V_A-۶}{۴}=I \xrightarrow{I=\frac{۱۰-V_A}{۲}} \frac{V_A-۶}{۴}+\frac{V_A-۶}{۴}=\frac{۱۰-V_A}{۲} \xrightarrow{\times ۴} V_A=۸V$$

$$I=\frac{۱۰-V_A}{۲} \xrightarrow{V_A=۸} I=\frac{۱۰-۸}{۲}=۱A$$

$$P_{۱۰V}=V\times(-I)=۱۰\times -۱=-۱۰W$$

مثال ۲۴: در مدار زیر $V_۲$ کدام است؟



۱) $\frac{۵۸۰}{۳}$ ۲) $-\frac{۱۶۴}{۳}$

۳) $\frac{۱۶۴}{۳}$ ۴) $-\frac{۵۸۰}{۳}$

جواب مثال ۲۴: گزینه «۴» صحیح است. با اعمال KCL در گره $V_۱$ داریم (تمام جریان‌ها را خارج شونده فرض می‌کنیم)

$$\frac{V_۱-۲۰}{۲}+\frac{V_۱-۲i_x}{۴}+\frac{V_۱-V_۲}{۲}=۰ \rightarrow ۵V_۱-۲V_۲-۲i_x=۴۰$$

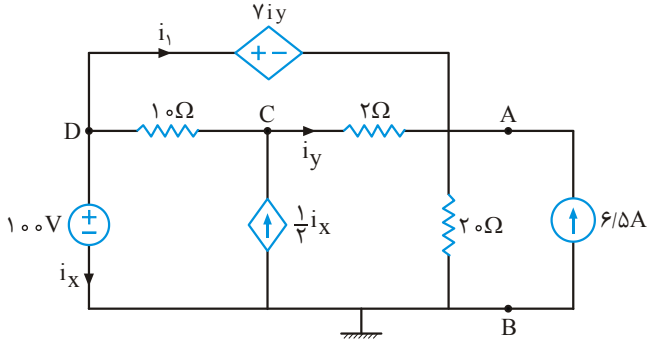
با اعمال KCL در گره $V_۲$ داریم (جریان مقاومت ۲ اهمی را خارج شونده فرض می‌کنیم)

$$i_x+۴=۳i_x+\frac{V_۲-V_۱}{۲} \rightarrow V_۲-V_۱+۴i_x=۸$$

حال جریان i_x به صورت $i_x=\frac{-۱۰-V_۲}{۵}$ می‌باشد با جایگذاری در روابط فوق و ساده‌سازی داریم:

$$\begin{cases}۵V_۱-۲V_۲-۲i_x=۴۰\\ V_۲-V_۱+۴i_x=۸\end{cases} \xrightarrow{i_x=\frac{-۱۰-V_۲}{۵}} \begin{cases}۲۵V_۱-۸V_۲=۱۸۰\\ V_۲-۵V_۱=۸۰\end{cases} \rightarrow \begin{cases}V_۲=-\frac{۵۸۰}{۳}\\ V_۱=\frac{-۱۶۴}{۳}\end{cases}$$

مثال ۲۵: با استفاده از روش تحلیل گره ولتاژ نقطه A را بیابید.



جواب مثال ۲۵:

با اعمال KCL در گره A داریم:

$$\frac{V_A - V_C}{۲} + \frac{V_A}{۲۰} = i_۱ + ۶/۵ \quad (۱)$$

با اعمال KCL در گره C داریم:

$$\frac{V_C - V_A}{۲} + \frac{V_C - V_D}{۱۰} = \frac{۱}{۲} i_x \quad (۲)$$

با اعمال KCL در گره D داریم:

$$i_x + i_۱ + \frac{V_D - V_C}{۱۰} = ۰ \quad (۳)$$

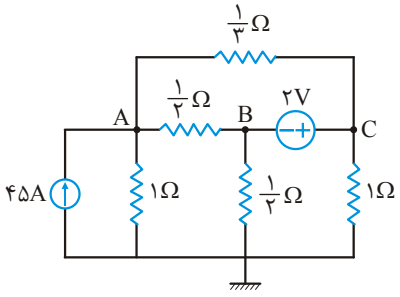
طبق شکل داریم:

$$V_D = ۱۰۰V, \frac{V_C - V_A}{۲} = i_y \ , V_D - V_A = ۷i_y \quad (۴)$$

از روابط (۱) و (۲) و (۳) و (۴) داریم:

$$\rightarrow \begin{cases} ۹V_A - ۱۲V_C = -۳۳۰ \\ ۵V_A - ۷V_C = -۲۰۰ \end{cases} \rightarrow V_A = \frac{\begin{vmatrix} -۳۳۰ & -۱۲ \\ -۲۰۰ & -۷ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} ۹ & -۱۲ \\ ۵ & -۷ \end{vmatrix}} = ۳۰V$$

مثال ۲۶: در مدار زیر پتانسیل گره‌ها را محاسبه کنید.



جواب مثال ۲۶:

در این مدار سه گره مجهول داریم، لیکن میان V_C و V_B رابطه $V_C - V_B = ۲$ برقرار است. چون منبع ولتاژ $۲V$ به دو گره C و B وصل شده است، پس KCL را در گره مرکب متشکل از این دو گره می‌نویسیم تا نیازی به معرفی متغیر اضافی دیگری به عنوان جریان منبع ولتاژ نباشد. (ابرگره)

$$۲V_B + ۲(V_B - V_A) + \frac{V_C}{۱} + ۳(V_C - V_A) = ۰ \rightarrow -۵V_A + ۴V_B + ۴V_C = ۰$$

با اعمال KCL در گره A داریم:

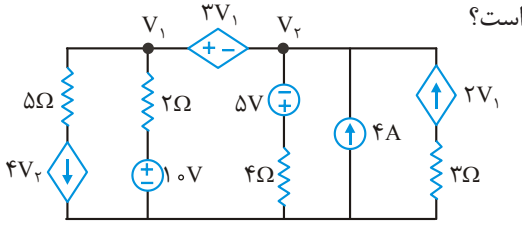
$$۴۵ = \frac{V_A}{۱} + ۲(V_A - V_B) + ۳(V_A - V_C) \rightarrow ۶V_A - ۲V_B - ۳V_C = ۴۵$$

در نهایت خواهیم داشت:

$$\begin{cases} ۶V_A - ۲V_B - ۳V_C = ۴۵ \\ -۵V_A + ۴V_B + ۴V_C = ۰ \\ V_C - V_B = ۲ \end{cases}$$

از حل این سه معادله ولتاژهای گره V_A و V_B و V_C به ترتیب $V_A = ۱۶\,V$ و $V_B = ۹V$ و $V_C = ۱۱\,V$ بدست می‌آید.

مثال ۲۷: در مدار زیر مقدار $V_۱ - V_۲$ کدام است؟



۱) -۱/۵
۲) ۲/۳۲۵
۳) -۲/۳۲۵
۴) ۱/۵

جواب مثال ۲۷: گزینه «۳» صحیح است. با توجه به وجود ابر گره در مدار، با اعمال KCL در گره مرکب داریم: (جریان‌های مشخص نشده در هر شاخه خارج شونده فرض می‌کنیم)

$$\begin{cases} ۴V_۲ + \dfrac{V_۱ - ۱۰}{۲} + \dfrac{V_۲ - (-۵)}{۴} = ۴ + ۲V_۱ \\ V_۱ - V_۲ = ۳V_۱ \rightarrow ۲V_۱ = -V_۲ \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} ۱۷V_۲ - ۶V_۱ = ۳۱ \\ ۲V_۱ = -V_۲ \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} V_۲ = \dfrac{۳۱}{۲۰} \\ V_۱ = -\dfrac{۳۱}{۴۰} \end{matrix} \rightarrow V_۱ - V_۲ = -\frac{۹۳}{۴۰} = -۲/۳۲۵$$

۵-۳- روش تحلیل مش

در روش تحلیل گره متغیرهای موردنظر ولتاژ گره‌ها بوده‌اند، اما در روش تحلیل مش متغیرهای موردنظر جریان حلقه‌ها می‌باشد. اساس روش تحلیل مش، نوشتن معادلات KVL در تمام حلقه‌ها است که از حل این معادلات جریان حلقه‌ها به دست می‌آید. با معلوم بودن جریان حلقه‌ها، می‌توان جریان شاخه‌ها و در نتیجه ولتاژ شاخه‌ها را به دست آورد. بنابراین برای تحلیل روش مش می‌توان مراحل زیر را دنبال کرد:

۱- ابتدا منابع جریان موازی با مقاومت‌ها را به منابع ولتاژ سری با آن‌ها تبدیل کنید.

۲- حلقه‌ها را شماره‌گذاری کرده و جریان‌های آن‌ها را در جهت عقربه‌های ساعت به عنوان متغیرهای مدار انتخاب کنید.

۳- جریان شاخه‌ای که فقط در یک حلقه قرار دارد برابر جریان آن حلقه و جریان شاخه‌ای که در دو حلقه مشترک است برابر تفاضل جریان‌های آن دو حلقه است.

۴- قانون KVL را در کلیه حلقه‌های مدار بنویسید و سعی کنید معادلات حاصل، منحصراً برحسب جریان حلقه‌ها نوشته شوند، یعنی متغیرهای دیگر را بر حسب جریان‌های حلقه‌ها بیان کنید. در مسیرهایی که شامل منابع جریان هستند، نباید KVL بنویسیم، مگر اینکه ولتاژ دو سر منبع جریان مورد نظر باشد.

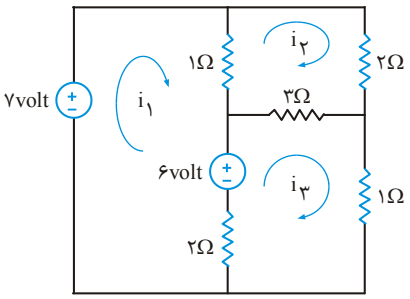
۵- منابع وابسته را مانند منابع مستقل در نظر بگیرید و پس از اعمال KVL در حلقه‌ها سعی کنید کلیه متغیرها را بر حسب جریان‌های حلقه‌ها بیان کنید.

۶- در حالت کلی، اعمال مراحل فوق در هر مدار مقاومتی به یک دستگاه n معادلهٔ n مجهولی برحسب جریان مش‌ها منجر می‌شود که از حل این معادلات جریان مش‌ها بدست می‌آید.

۷- جریان شاخه‌ها از روی جریان مش‌ها و ولتاژ شاخه‌ها از روی جریان شاخه‌ها بدست می‌آیند.

۸- در اعمال روش تحلیل مش، اگر شاخه‌ای تنها از یک منبع جریان تشکیل شود و این شاخه فقط در یک مش قرار داشته باشد، جریان آن مش معلوم است و نیازی به نوشتن KVL در آن مش نمی‌باشد. اما اگر این منبع در دو مش باشد تفاضل جریان آن دو مش معلوم است و به جای نوشتن KVL در هر یک از آن دو مش، راحت‌تر است که KVL را در حلقهٔ متشکل از آن دو مش بنویسیم. (ابرمش)

مثال ۲۸: با استفاده از تحلیل مش جریان‌های i_1, i_2, i_3 را به دست آورید.



جواب مثال ۲۸:

با اعمال KVL درحلقه (۱) داریم:

$$-۷ + ۱(i_۱ - i_۲) + ۶ + ۲(i_۱ - i_۳) = ۰$$

با اعمال KVL در حلقه (۲) داریم:

$$۱(i_۲ - i_۱) + ۲i_۲ + ۳(i_۲ - i_۳) = ۰$$

با اعمال KVL در حلقه (۳) داریم:

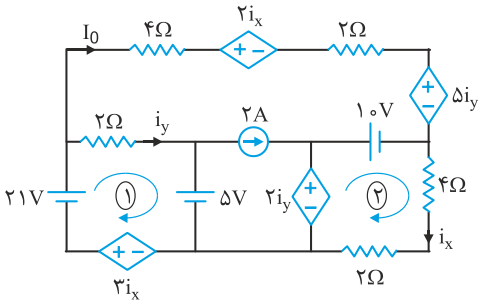
$$۲(i_۳ - i_۱) - ۶ + ۳(i_۳ - i_۲) + ۱i_۳ = ۰$$

از روابط (۱) و (۲) و (۳) داریم:

$$\begin{cases} ۳i_۱ - i_۲ - ۲i_۳ = ۱ \\ -i_۱ + ۶i_۲ - ۳i_۳ = ۰ \\ -۲i_۱ - ۳i_۲ + ۶i_۳ = ۶ \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} ۳ & -۱ & -۲ \\ -۱ & ۶ & -۳ \\ -۲ & -۳ & ۶ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_۱ \\ i_۲ \\ i_۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \\ ۶ \end{bmatrix} \rightarrow i_۳ = \frac{\begin{vmatrix} ۳ & -۱ & ۱ \\ -۱ & ۶ & ۰ \\ -۲ & -۳ & ۶ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} ۳ & -۱ & -۲ \\ -۱ & ۶ & -۳ \\ -۲ & -۳ & ۶ \end{vmatrix}} = \frac{۱۱۷}{۳۹} = ۳A$$

$$\rightarrow i_۱ = ۳A, i_۲ = ۲A$$

مثال ۲۹: مقدار $I_\circ$ کدام است؟



۱) $-\frac{۲۲}{۳}$ ۲) $\frac{۱۱}{۳}$

۳) $\frac{۲۲}{۳}$ ۴) $-\frac{۱۱}{۳}$

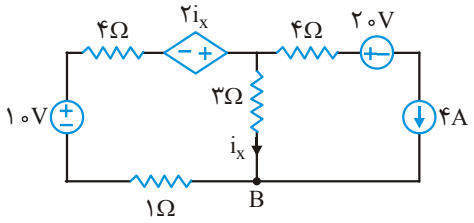
جواب مثال ۲۹: گزینه «۱» صحیح است. با اعمال KVL در حلقه (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{aligned} KVL\ (۱): -۲۱+۲i_y+۵-۳i_x=۰ &\rightarrow ۲i_y-۳i_x=۱۶ \\ KVL\,(۲): -۲i_y+۱۰+۴i_x+۲i_x=۰ &\rightarrow -۲i_y+۶i_x=-۱۰ \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} i_x=۲ \\ i_y=۱۱ \end{cases}$$

برای محاسبه $I_\circ$ باید در حلقه بیرونی KVL بزنیم پس داریم:

$$-۲۱+۴I_\circ+۲i_x+۲I_\circ+۵i_y+۴i_x+۲i_x-۳i_x=۰ \xrightarrow[i_y=۱۱]{i_x=۲} I_\circ=-\frac{۲۲}{۳}$$

مثال ۳۰: در مدار زیر i_x کدام است؟



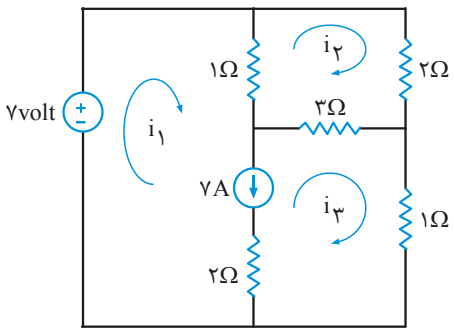
۱) ۱ ۲) $-\frac{۵}{۳}$

۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) ۱

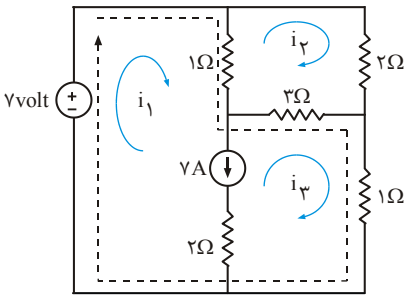
جواب مثال ۳۰: گزینه «۲» صحیح است. با اعمال KCL در گره B جریان عبوری از مقاومت ۱ اهمی به صورت $i_x+۴$ می‌باشد با اعمال KVL در حلقه سمت چپ داریم:

$$۱(i_x+۴)-۱۰+۴(i_x+۴)-۲i_x+۳i_x=۰ \rightarrow i_x=-\frac{۵}{۳}$$

مثال ۳۱: با استفاده از تحلیل مش جریان‌های $i_۱$ و $i_۲$ و $i_۳$ را محاسبه کنید.



جواب مثال ۳۱:



با اعمال KVL در حلقه (نقطه چین) داریم:

$$-۷ + ۱(i_۱ - i_۲) + ۳(i_۳ - i_۲) + ۱i_۳ = ۰$$
$$\rightarrow i_۱ - ۴i_۲ + ۴i_۳ = ۷$$

با اعمال KVL در حلقه (۲) داریم:

$$۱(i_۲ - i_۱) + ۲i_۲ + ۳(i_۲ - i_۳) = ۰ \rightarrow -i_۱ + ۶i_۲ - ۳i_۳ = ۰$$

از روی شکل می‌توان جریان منبع را به جریان‌های $i_۱$ و $i_۳$ مربوط سازیم. (ابرمش)

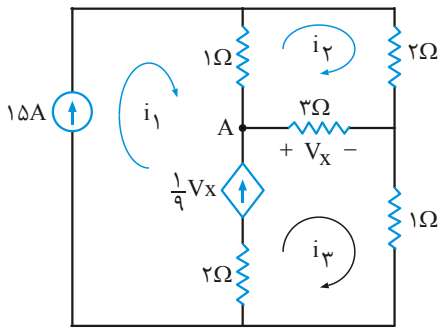
$$i_۱ - i_۳ = ۷A$$

$$\rightarrow \begin{cases} -i_۱ + ۶i_۲ - ۳i_۳ = ۰ \\ i_۱ - ۴i_۲ + ۴i_۳ = ۷ \\ i_۱ - i_۳ = ۷ \end{cases} \rightarrow i_۳ = \frac{\begin{vmatrix} -۱ & ۶ & ۰ \\ ۱ & -۴ & ۷ \\ ۱ & ۰ & ۷ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -۱ & ۶ & -۳ \\ ۱ & -۴ & ۴ \\ ۱ & ۰ & -۱ \end{vmatrix}} = ۲A$$

$$\rightarrow i_۱ = ۹A, i_۲ = ۲/۵A$$

مثال ۳۲: جریان‌های $i_۱$ و $i_۲$ و $i_۳$ را به دست آورید.

جواب مثال ۳۲:



از روی شکل داریم:

$$i_۱ = ۱۵\ A \qquad (۱)$$

با اعمال KCL در گره A داریم:

$$\left.\begin{aligned} \frac{۱}{۹}V_x &= i_۳ - i_۱ \\ V_x &= ۳(i_۳ - i_۲) \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{۱}{۹} \times ۳(i_۳ - i_۲) = i_۳ - i_۱ \rightarrow -۳i_۱ + i_۲ + ۲i_۳ = ۰ \qquad (۲)$$

با اعمال KVL در حلقه (۲) داریم:

$$۱(i_۲ - i_۱) + ۲i_۲ + ۳(i_۲ - i_۳) = ۰ \rightarrow ۶i_۲ - i_۱ - ۳i_۳ = ۰ \qquad (۳)$$

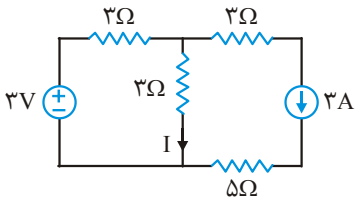
از روابط (۱) و (۲) و (۳) داریم:

$$\begin{cases} i_۱ = ۱۵ \\ -i_۱ + ۶i_۲ - ۳i_۳ = ۰ \\ -۳i_۱ + i_۲ + ۲i_۳ = ۰ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_۱ = ۱۵\ A \\ i_۲ = ۱۱\ A \\ i_۳ = ۱۷\ A \end{cases}$$

۵-۴- قضیه جمع آثار

در هر مداری که شامل چند منبع مستقل ولتاژ یا جریان باشد می‌توان از این قضیه استفاده کرد. این قضیه بیان می‌کند که مجهول مدار را می‌توان با جمع جبری اثرات ناشی از تک‌تک منابع مستقل وقتی به تنهایی کار می‌کنند (بقیه منابع مستقل خاموش هستند)، به دست آورد بدین صورت که برای به دست آوردن مجهول، ابتدا وقتی که یک منبع در مدار وجود دارد محاسبه می‌کنیم و سپس از جمع جبری این ولتاژها و جریان‌ها مقدار مجهول را تعیین می‌کنیم.

مثال ۳۳: در مدار زیر I کدام است؟



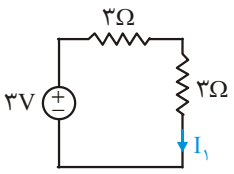
۱) $۲\ A$

۲) $۱\ A$

۳) $-۲A$

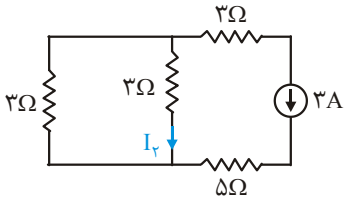
۴) $-۱\ A$

جواب مثال ۳۳: گزینه «۴» صحیح است. از قضیه جمع آثار مدار را حل می‌کنیم، ابتدا منبع ولتاژ را اعمال کرده و منبع جریان را خاموش می‌کنیم پس داریم:



$$I_۱ = \frac{۳}{۶} = ۰/۵A$$

حال منبع جریان را اعمال کرده و منبع ولتاژ را خاموش می‌کنیم پس داریم:

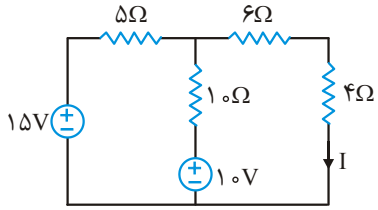


$$I_۲ = -\frac{۳}{۲} = -۱/۵A$$

پس داریم:

$$I = I_۱ + I_۲ = ۰/۵ + (-۱/۵) = -۱A$$

مثال ۳۴: در مدار زیر توان تلف شده در مقاومت ۴ اهمی کدام است؟



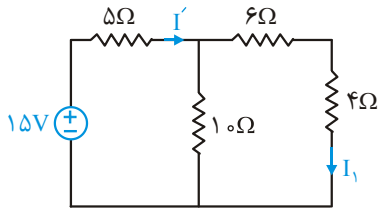
۱) $۲\,W$

۲) $۱۶\,W$

۳) $۴\,W$

۴) $۹\,W$

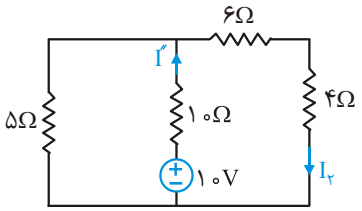
جواب مثال ۳۴: گزینه «۳» صحیح است. برای محاسبه توان مقاومت ۴ اهمی، باید جریان I را بیابیم، از قضیه جمع آثار استفاده می‌کنیم، ابتدا منبع ۱۵ ولتی را اعمال کرده و ۱۰ ولتی را خاموش می‌کنیم پس داریم:



$$I' = \frac{۱۵}{۵ + [۱۰||(۶+۴)]} = \frac{۱۵}{۵+۵} = ۱/۵A$$

$$I_۱ = \frac{۱۰}{۱۰+۱۰} \times I' = \frac{۱/۵}{۲} = ۰/۷۵A$$

حال منبع ۱۵ ولتی را خاموش کرده و منبع ۱۰ ولتی را اعمال می‌کنیم حال داریم:

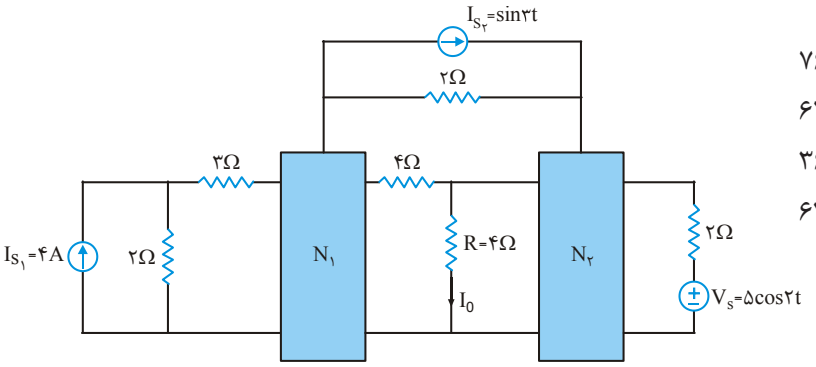


$$I'' = \frac{۱۰}{۱۰ + [۵||(۶+۴)]} = \frac{۱۰}{۱۰ + \frac{۱۰}{۳}} = \frac{۳}{۴}A$$

$$I_۲ = \frac{۵}{۵+۱۰} \times I'' = \frac{۵}{۱۵} \times \frac{۳}{۴} = ۰/۲۵A$$

$$\rightarrow I = I_۱ + I_۲ = ۰/۷۵ + ۰/۲۵ = ۱A \rightarrow P_{۴\Omega} = ۴I^۲ = ۴ \times ۱^۲ = ۴W$$

مثال ۳۵: اگر $N_۱$ و $N_۲$ مقاومتی خطی و $I_۰$ بصورت $I_۰ = ۲ + ۴\cos ۲t + ۶\sin ۳t$ باشد اگر $I_{S_۱} = ۲$، $V_S = ۰$ و $I_{S_۲} = \sin ۲t$ گردد توان مقاومت R چند وات می‌گردد؟



۱) $۷۶\,W$

۲) $۶۷\,W$

۳) $۳۶\,W$

۴) $۶۳\,W$

جواب مثال ۳۵: گزینه «۱» صحیح است. در مدار خطی، خروجی جمع آثاری از منابع انرژیک می‌باشد یعنی $I_{\circ} = \alpha I_{S_1} + \beta I_{S_2} + \gamma V_S$ می‌باشد. پس داریم:

$$I_{\circ} = ۲ + ۴\cos ۲t + ۶\sin ۳t = \alpha(۴) + \beta(\sin ۳t) + \gamma(۵\cos ۲t)$$

$$\rightarrow \begin{cases} ۴\alpha = ۲ \rightarrow \alpha = \frac{۱}{۲} \\ \beta = ۶ \rightarrow \beta = ۶ \\ ۵\gamma = ۴ \rightarrow \gamma = \frac{۴}{۵} \end{cases} \rightarrow I_{\circ} = \frac{۱}{۲} I_{S_1} + ۶ I_{S_2} + \frac{۴}{۵} V_S$$

حال با توجه به ورودی‌های جدید $I_{S_1} = ۲$، $V_S = ۰$ و $I_{S_2} = \sin ۲t$، معادله $I_{\circ}$ بصورت زیر ساده می‌گردد.

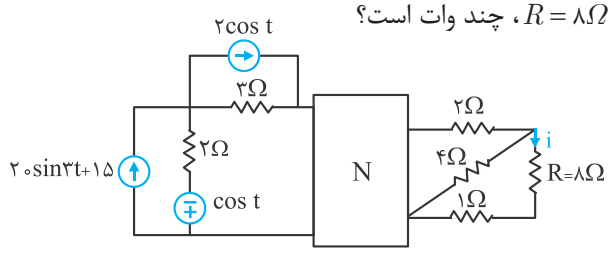
$$I_{\circ} = \frac{۱}{۲}(۲) + ۶\sin(۲t) + \frac{۴}{۵}(۰) \rightarrow I_{\circ} = ۱ + ۶\sin ۲t$$

پس توان R داریم:

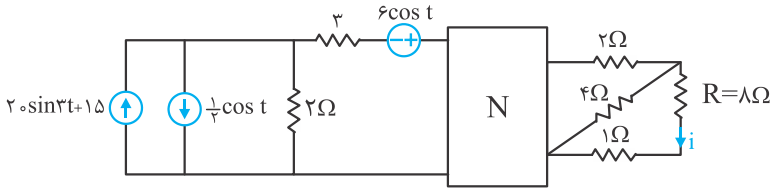
$$P = RI^{۲}_{o_{rms}} = ۴\left(\sqrt{۱ + \left(\frac{۶}{\sqrt{۲}}\right)^{۲}}\right)^{۲} = ۴(۱ + ۱۸) = ۴ \times ۱۹ = ۷۶\ W$$

مثال ۳۶: در مدار زیر «N» شامل مقاومت‌های خطی و بدون منابع مستقل است. اگر جملهٔ ثابت i، برابر ۳ آمپر باشد، توان متوسط $R = ۸\Omega$، چند وات است؟

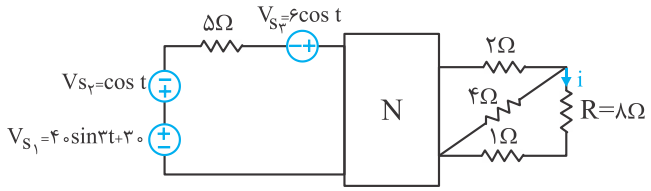
۱) ۱۲۹
۲) ۲۱۹
۳) ۱۳۷
۴) ۳۱۷



جواب مثال ۳۶: گزینه «۳» صحیح است. ابتدا مقاومت ۲ اهمی سری با منبع $\cos t$ و مقاومت ۳ اهمی موازی با منبع $۲\cos t$ را تبدیل منبع می‌نمایم



حال معادله منبع $\frac{۱}{۲}\cos t$ و $۲۰\sin ۳t + ۱۵$ را با مقاومت دو اهمی تبدیل منبع کرده و مدار قسمت چپ شبکه N را ساده می‌نماییم.



حال جریان i ترکیب خطی از ۳ منبع مستقل V_{s_1} و V_{s_2} و V_{s_3} می‌باشد پس داریم:

$$i = \alpha V_{s_1} + \beta V_{s_2} + \gamma V_{s_3}$$

چون سه منبع ولتاژ با همدیگر سری هستند و چون جهت پلاریته V_{s_1} و V_{s_3} یکسان و مخالف V_{s_2} می‌باشند پس $\alpha = -\beta = \gamma$ خواهد شد حال داریم:

$$i = \alpha V_{s_1} - \alpha V_{s_2} + \alpha V_{s_3} = \alpha(۴\sin ۳t + ۳۰) - \alpha\cos t + \alpha(۶\cos t)$$

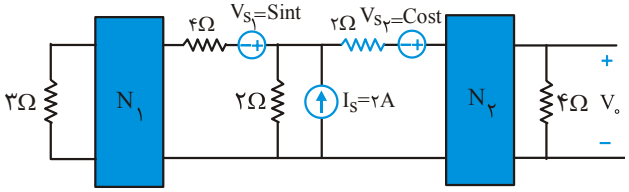
$$i = ۳۰\,\alpha + ۴۰\alpha\sin ۳t + ۵\alpha\cos t$$

ترم ثابت i برابر ۳ می‌باشد یعنی $۳۰\,\alpha = ۳$ می‌باشد پس $\alpha = \frac{۱}{۱۰}$ می‌باشد حال جریان i را بدست می‌آوریم

$$i = ۳ + ۴\sin ۳t + ۰/۵\cos t$$

$$P_R = RI_{rms}^{۲} = ۸\left(\sqrt{۳^۲ + \left(\frac{۴}{\sqrt{۲}}\right)^۲ + \left(\frac{۰/۵}{\sqrt{۲}}\right)^۲}\right)^۲ = ۸\left[۹ + ۸ + \frac{۱}{۸}\right] = ۱۳۷$$

مثال ۳۷: در شکل زیر N_1 و N_2 صرفاً از مقاومت‌های LTI تشکیل شده‌اند، در صورتی که ولتاژ خروجی $V_۰(t) = \alpha\sin t + ۰/۲\cos t - ۰/۶$ باشد ضریب α کدام است؟



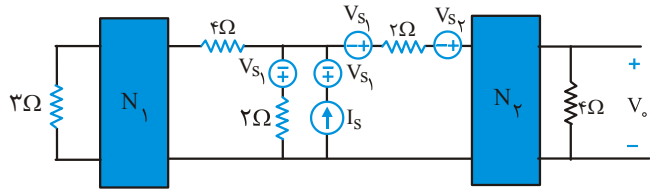
۱) ۰/۰۵
۲) ۰/۴۵
۳) ۰/۳۵
۴) ۰/۱۵

جواب مثال ۳۷: گزینه (۳) صحیح است از قضیه جمع آثار می‌دانیم که در مدارات LTI، خروجی ترکیب خطی از منابع انرژیک است یعنی:

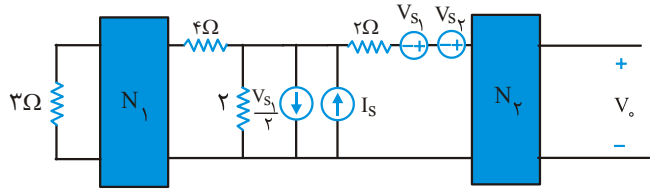
$$V_۰(t) = \alpha V_{s_1} + \beta V_{s_2} + \gamma I_s \rightarrow \alpha\sin t + ۰/۲\cos t - ۰/۶ = \alpha(\sin t) + \beta(\cos t) + \gamma(۲) \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} \beta = ۰/۲ \\ \gamma = -۰/۳ \end{cases} \rightarrow V_۰ = \alpha V_{s_1} + ۰/۲V_{s_2} - ۰/۳I_s$$

$\beta=۰/۲$ تاثیر $V_{s_۲}$ بر خروجی است و $\gamma=۰/۳$ تاثیر I_s بر خروجی است در حالیکه سوال تاثیر $V_{s_۱}$ بر خروجی (α) را می‌خواهد. پس باید طوری α را بر حسب β و γ محاسبه کنیم برای این کار منبع ولتاژ $V_{s_۱}$ را در شبکه توزیع می‌کنیم پس داریم:



منبع ولتاژ $V_{s_۱}$ سری با منبع جریان I_s قابل حذف است از طرفی می‌دانیم دو منبع ولتاژ سری تاثیرشان در خروجی یکسان است و دو منبع جریان موازی تاثیرشان در خروجی یکسان است پس منبع ولتاژ $V_{s_۱}$ سری با مقاومت ۲ اهمی را تبدیل منبع می‌نماییم و مدار به صورت زیر ساده می‌گردد.



حال داریم:

$$V_۰=\gamma I_s+\gamma(-\frac{V_{s_۱}}{۲})+\beta V_{s_۲}+\beta V_{s_۱} \xrightarrow{\beta=۰/۲,\ \gamma=-۰/۳} V_۰=-۰/۳I_s+۰/۱۵V_{s_۱}+۰/۲V_{s_۲}+۰/۲V_{s_۱}$$

$$\xrightarrow{V_{s_۱}=\sin t,\ V_{s_۲}=\cos t,\ I_s=۲} V_۰=-۰/۳(۲)+۰/۱۵(\sin t)+۰/۲(\cos t)+۰/۲(\sin t)$$

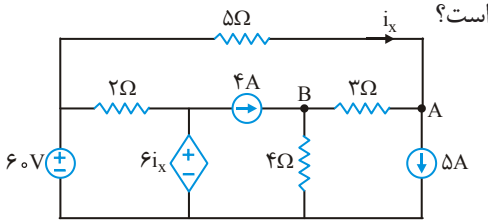
$$\rightarrow V_۰=۰/۳۵\sin t+۰/۲\cos t-۰/۶$$

۵-۵- روش ابتکاری برای تحلیل مسائل: (ترکیب KCL با KVL)

در اکثر سوالات با محاسبه جریان مدار می‌توان تمام پارامترهای مورد نظر را محاسبه کنیم، پس ابتدا با اعمال KCL جریان تمام شاخه‌ها را برحسب مجهول مورد نظر در تمام گره‌ها محاسبه می‌کنیم (KCL بازی)، سپس با انتخاب مسیر مناسب و اعمال KVL می‌توان جریان مجهول را محاسبه کرد.

(لم حل $= KCL + KVL$)
بازی

مثال ۳۸: در شکل مقابل، جریان i_x چند آمپر است؟



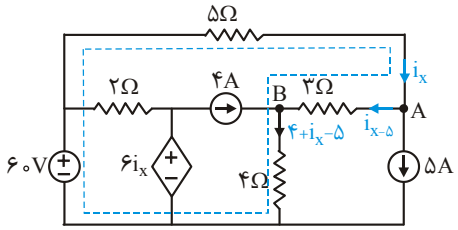
۱) ۱/۷۳

۲) ۶/۵۸

۳) ۳/۴۶

۴) ۳/۲۹

جواب مثال ۳۸: گزینه «۲» صحیح است. ابتدا جریان تمام مقاومت‌ها را برحسب i_x محاسبه می‌کنیم اگر در گره A، KCL بزنیم جریان مقاومت ۳ اهمی به صورت $i_x - ۵$ می‌گردد و اگر در گره B، KCL بزنیم جریان مقاومت ۴ اهمی به صورت $i_x - ۵ + ۴$ می‌گردد.

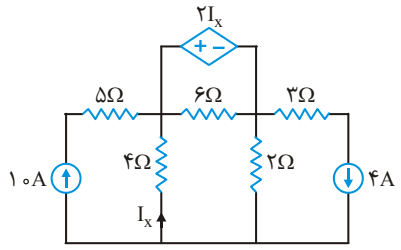


با اعمال KVL در حلقه (نقطه‌چین) داریم:

$$-۶۰ + ۵i_x + ۳(i_x - ۵) + ۴(۴ + i_x - ۵) = ۰$$

$$\rightarrow ۱۲i_x - ۶۰ - ۱۵ - ۴ = ۰ \rightarrow ۱۲i_x = ۷۹ \rightarrow i_x = \frac{۷۹}{۱۲} = ۶/۵۸$$

مثال ۳۹: توان مقاوت ۲ اهمی چقدر است؟



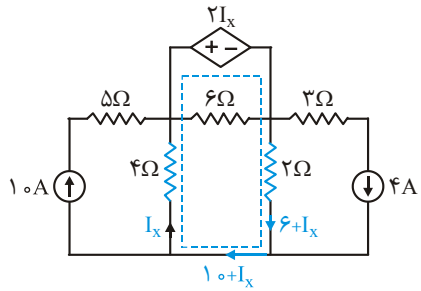
۱) ۱۵/۴ W

۲) ۴۰/۵ W

۳) ۵۰/۴ W

۴) ۶۰/۵ W

جواب مثال ۳۹: گزینه «۲» صحیح است. ابتدا جریان تمام شاخه‌های مدار را مشخص می‌کنیم.



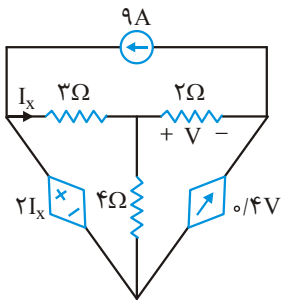
با اعمال KVL در حلقه (نقطه‌چین) داریم:

$$۴I_x + ۲I_x + ۲(۶ + I_x) = ۰ \rightarrow ۸I_x = -۱۲$$

$$\rightarrow I_x = -\frac{۱۲}{۸} = -۱/۵A$$

$$P_{۲\Omega} = ۲(۶ + I_x)^۲ \xrightarrow{I_x = -۱/۵} P_{۲\Omega} = ۲ \times ۴/۵^۲ = ۴۰/۵W$$

مثال ۴۰: اندازه جریان I_x در مدار شکل مقابل چند آمپر است؟



۱) ۲

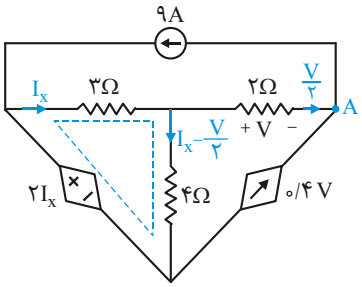
۲) ۱۰

۳) ۳

۴) ۴

جواب مثال ۴۰: گزینه «۴» صحیح است. ابتدا جریان تمام شاخه‌ها را محاسبه می‌کنیم.

با اعمال KCL در گره A داریم:

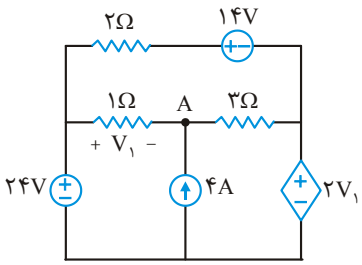


$$\frac{V}{۲}+۰/۴V=۹\rightarrow ۰/۹V=۹\rightarrow V=۱۰$$

با اعمال KVL در حلقه (نقطه‌چین) داریم:

$$۳I_x+۴(I_x-\frac{V}{۲})-۲I_x=۰\xrightarrow{V=۱۰}۳I_x+۴(I_x-\frac{۱۰}{۲})-۲I_x=۰\rightarrow ۵I_x=۲۰\rightarrow I_x=۴A$$

مثال ۴۱: در مدار زیر ولتاژ $V_۱$ چند ولت است؟



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۰/۵

۴) ۱/۵

جواب مثال ۴۱: گزینه «۲» صحیح است. جریان مقاوت ۱ اهمی به صورت $\frac{V_۱}{۱}$ می‌باشد پس با اعمال KCL در گره A، جریان مقاومت ۳ اهمی به صورت $\frac{V_۱}{۱}+۴$ به سمت راست می‌باشد حال با اعمال KVL در حلقه پایینی (منبع ۲۴ ولتی و مقاومت ۱ و ۳ اهمی و منبع وابسته $۲V_۱$) داریم:

$$-۲۴+V_۱+۳(\frac{V_۱}{۱}+۴)+۲V_۱=۰\rightarrow -۲۴+V_۱+۳V_۱+۱۲+۲V_۱=۰\rightarrow ۶V_۱=۱۲\rightarrow V_۱=۲V$$

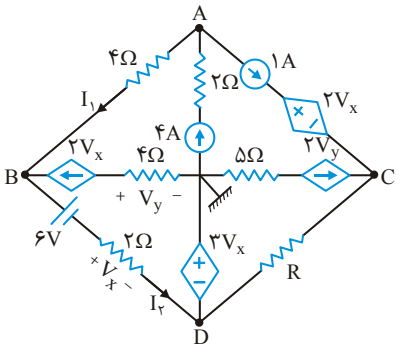
مثال ۴۲: در مدار زیر V_D کدام است؟

۱) ۶

۲) -۶

۳) ۳

۴) -۳



جواب مثال ۴۲: گزینه «۱» صحیح است. ولتاژ گره D برابر $V_D = -۳V_x$ می‌باشد پس باید V_x را محاسبه کنیم با اعمال KCL در گره‌های A و B داریم:

$$KCL\ A \rightarrow ۴ = ۱ + I_۱ \rightarrow I_۱ = ۳A$$

$$KCL\ B \rightarrow I_۱ + ۲V_x = I_۲ \xrightarrow[I_۱=۳]{I_۲=\frac{V_x}{۲}} ۳ + ۲V_x = \frac{V_x}{۲}$$

$$\rightarrow ۳ = -\frac{۳}{۲}V_x \rightarrow V_x = -۲ \rightarrow V_D = -۳V_x = ۶$$

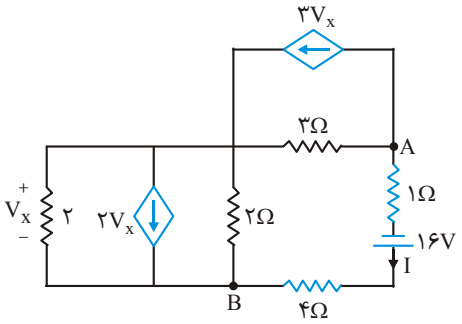
مثال ۴۳: در شکل مقابل جریان I کدام است؟

۱) ۳

۲) ۴

۳) ۲

۴) ۱



جواب مثال ۴۳: گزینه «۱» صحیح است. جریان مقاومت‌های ۲ اهمی برابر $\frac{V_x}{۲}$ می‌باشد (ولتاژ دو سر مقاومت‌های ۲ اهمی V_x می‌باشد). با اعمال KCL در گره B جریان مقاومت ۴ اهمی به صورت $۲V_x + \frac{V_x}{۲} + \frac{V_x}{۲} = ۳V_x$ $(I = -۳V_x)$ می‌باشد. با اعمال KCL در گره A (جریان مقاومت‌های ۱ و ۴ اهمی برابر $۳V_x$ و به سمت بالا است) جریان مقاومت ۳ اهمی برابر $۳V_x - ۳V_x = ۰$ می‌باشد، با اعمال KVL در حلقه شامل مقاومت ۳ اهمی مقاومت ۲ اهمی، مقاومت ۴ اهمی و منبع ولتاژ ۱۶ ولتی و مقاومت ۱ اهمی داریم:

$$۰ \times ۳ + V_x + ۴(۳V_x) + ۱۶ + (۳V_x)۱ = ۰ \rightarrow V_x = -۱ \xrightarrow{I=-۳V_x} I = ۳A$$

۵-۶- چند نکته کاربردی درباره منبع جریان و منبع ولتاژ

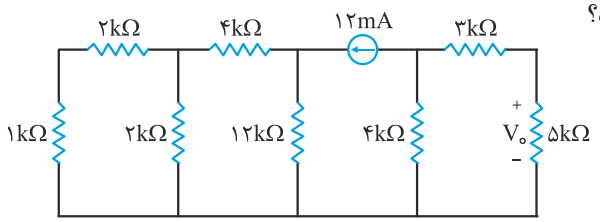
۵-۶-۱- نکات منبع جریان ولتاژ

کلیه المان‌های سری با منبع جریان و کلیه المان‌های موازی با منبع ولتاژ با برقراری شرایط زیر می‌توانند از مدار حذف شوند.

الف) ولتاژ، جریان یا توان المان یا شاخه قابل حذف مورد سوال نباشد.

ب) ولتاژ، جریان یا توان منبع جریان یا منبع ولتاژ مذکور مورد سوال نباشد.

مثال ۴۴: در مدار زیر $V_\circ$ کدام است؟



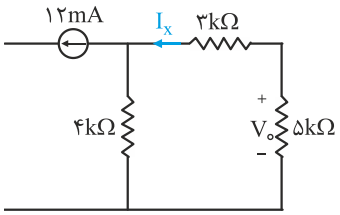
۱) ۲۰-

۲) ۶۰

۳) ۲۰

۴) ۶۰-

جواب مثال ۴۴: گزینه «۱» صحیح است. با توجه به نکته بیان شده در مورد منبع جریان مدار به صورت زیر ساده می‌گردد.

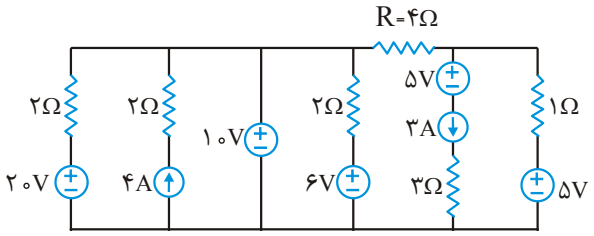


$$I_x = \frac{۴}{۴+۳+۵} \times ۱۲ = ۴mA$$

$$V_\circ = ۵(-I_x) = -۵I_x$$

$$\rightarrow V_\circ = -۲۰V$$

مثال ۴۵: در مدار زیر توان مقاومت R چقدر است؟



۱) ۶/۹

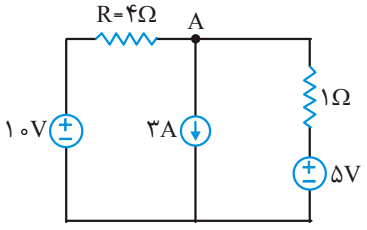
۲) ۴/۳

۳) ۳/۴

۴) ۱۰/۲۴

جواب مثال ۴۵: جواب گزینه «۴» صحیح است. با توجه به نکات مربوط به منابع جریان و ولتاژ، شاخه‌های موازی با منبع ولتاژ ۱۰ ولتی از مدار حذف و منبع ولتاژ ۵ ولتی و مقاومت ۳ اهمی سری با منبع جریان ۳ آمپری نیز از مدار حذف می‌شوند. پس مدار به صورت زیر ساده می‌گردد.

با اعمال KCL در گره A داریم:



$$\frac{V_A-۱۰}{۴}+\frac{V_A-۵}{۱}+۳=۰$$

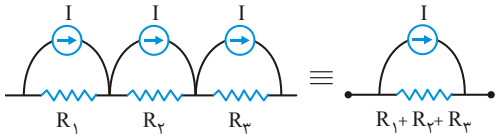
$$\xrightarrow{\times ۴} V_A-۱۰+۴V_A-۲۰+۱۲=۰$$

$$\rightarrow ۵V_A=۱۸ \rightarrow V_A=\frac{۱۸}{۵}=۳/۶V$$

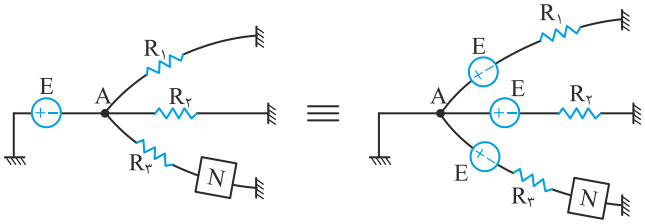
$$P_R=\frac{(۱۰-V_A)^۲}{۴}=\frac{(۱۰-۳/۶)^۲}{۴}=\frac{۶/۴^۲}{۴}=۱۰/۲۴W$$

۵-۶-۲- نکته پرش خرگوشی

اگر چند مقاومت سری با منبع جریان موازی شوند به صورت زیر ساده می‌گردند.



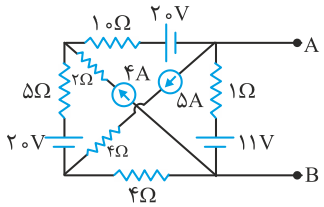
و برای منابع ولتاژ، بخش منبع بصورت زیر می‌باشد.



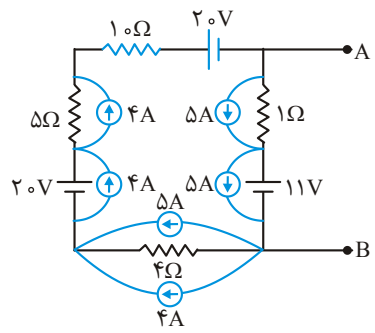
مثال ۴۶: V_{AB} کدام است؟

۱) ۶/۵ ۲) ۸/۵

۳) ۱۱ ۴) ۹/۵

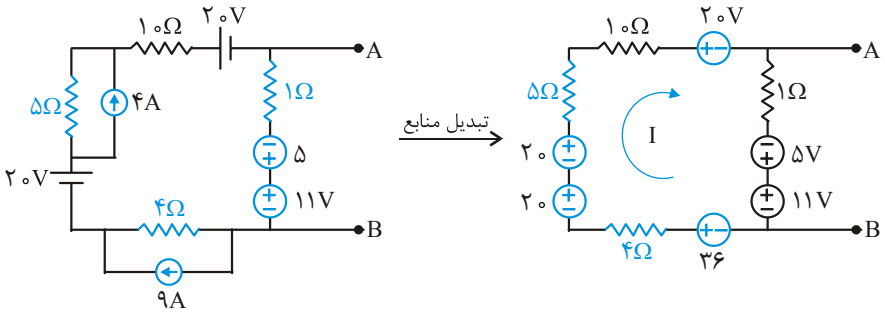


جواب مثال ۴۶: گزینه «۲» صحیح است. ابتدا مقاومت ۴ اهمی با منبع ۵ آمپری و مقاومت ۲Ω سری با منبع جریان ۴ آمپری از مدار حذف می‌شود حال با توجه به قاعده پرش خرگوشی، منابع جریان ۵ آمپری و ۴ آمپری در شکل شکسته شود.



حال منبع جریان ۵ آمپری موازی با منبع ولتاژ ۱۱ ولتی و منبع جریان ۴ آمپری موازی با منبع ولتاژ ۲۰ ولتی

از مدار حذف می‌شوند پس داریم:

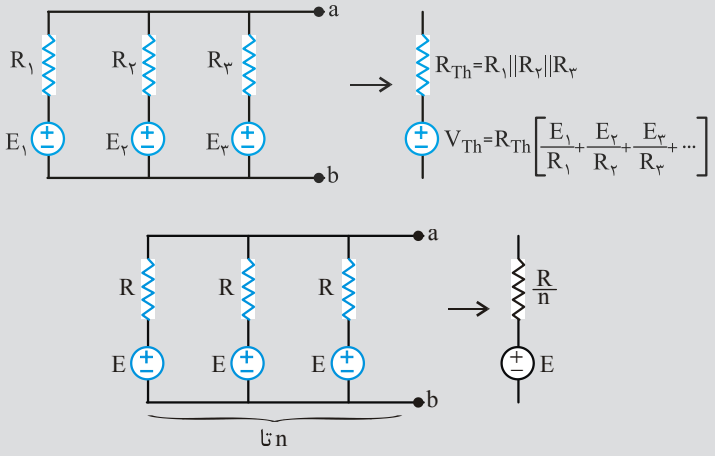


$$I=\frac{\sum E}{\sum R}=\frac{۳۶+۲۰+۲۰-۲۰+۵-۱۱}{۴+۵+۱۰+۱}=\frac{۵۰}{۲۰}=۲/۵$$

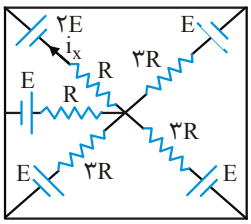
$$V_{AB}=۱\times I-۵+۱۱\xrightarrow{I=۲/۵}V_{AB}=۲/۵+۶=۸/۵V$$

۵-۶-۳- ساده‌سازی مقاومت و منابع ولتاژ

اگر تعدادی منبع ولتاژ و مقاومت به صورت موازی بسته شود مدار معادل آنها به صورت زیر می‌گردد.



مثال ۴۷: اگر $E=۱۰V$ و $R=۵\Omega$ باشد i_x کدام است؟



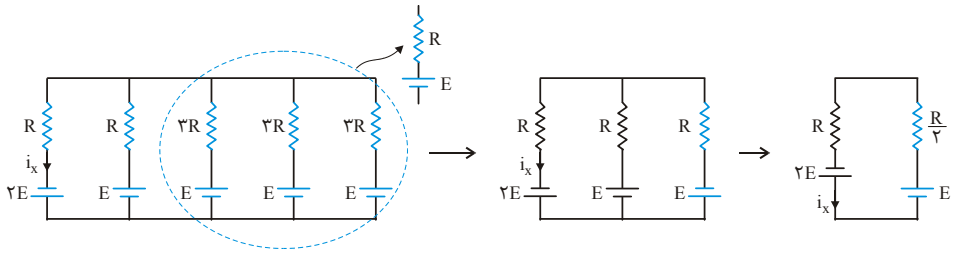
۱) ۱

۲) ۴

۳) ۲

۴) ۰

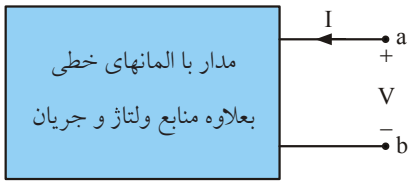
جواب مثال ۴۷: گزینه «۲» صحیح است. ابتدا مدار معادل مقاومت‌های $3R$ و منبع ولتاژ E را با همدیگر محاسبه می‌کنیم مدار به صورت زیر ساده می‌گردد.



با اعمال KVL داریم:

$$i_x = \frac{2E + E}{R + \frac{R}{2}} = \frac{3E}{3\frac{R}{2}} = \frac{2E}{R} = \frac{2 \times 10}{5} = 4A$$

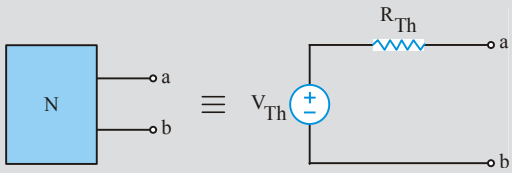
۶- مدارهای معادل



دو مدار در صورتی معادلند که رابطه‌ای که بین V (ولتاژ) و I (جریان) برقرار می‌کنند، یکسان باشد. پس می‌توان مدار شکل زیر را با هر مدار دیگری که رابطه بین V و I آن مانند رابطه بین V و I این مدار باشد جایگزین کرد. برای سادگی، از دو نوع مدل بسیار استفاده می‌شوند. یکی معادل تونن و دیگری معادل نورتون که در ادامه به آن‌ها می‌پردازیم.

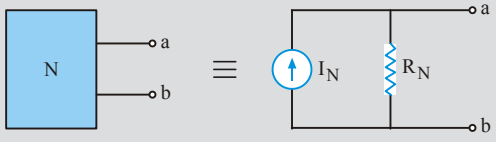
۶-۱- مدار معادل تونن

تئوری تونن بیان می‌دارد که هر شبکه خطی را می‌توان با یک منبع ولتاژ (V_{Th}) و یک امپدانس سری با آن (R_{Th}) جانشین ساخت.



۶-۲ مدار معادل نورتون

تئوری نورتون بیان می‌دارد که هر شبکه خطی را می‌توان با یک منبع جریان (I_N) و یک امپدانس موازی با آن (R_N) جانشین ساخت.



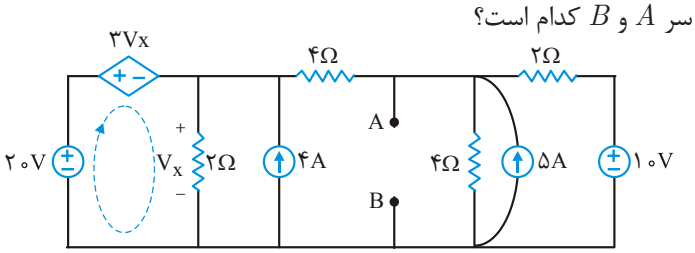
نکته

اگر مداری شامل منابع مستقل نباشد $V_{Th} = I_N = ۰$ است.

۶-۳- نحوه محاسبه ولتاژ تونن

برای محاسبه ولتاژ تونن، بار متصل شده به دو سر a و b را جدا می‌کنیم، سپس اختلاف ولتاژ مدار باز بین دو نقطه a و b محاسبه می‌شود، این ولتاژ همان V_{th} یا V_{oc} یعنی ولتاژ مدار باز *(open Circuit)* است.

مثال ۴۸: ولتاژ تونن از دو سر A و B کدام است؟



۱) ۷/۱۸
۲) ۱۰/۵
۳) ۱۱/۲۵
۴) ۶/۵

جواب مثال ۴۸: گزینه «۳» صحیح است. با نوشتن KCL در گره A برحسب ولتاژ مدار باز V_{AB}، می‌توان $V_{th} = V_{AB}$ را محاسبه کرد پس داریم:

$$\frac{V_{AB}}{۴} + \frac{V_{AB} - ۱۰}{۲} + \frac{V_{AB} - V_x}{۴} = ۵ \xrightarrow{\times ۴} V_{AB} + ۲(V_{AB} - ۱۰) + V_{AB} - V_x = ۲۰$$

$$۴V_{AB} - V_x = ۴۰ \qquad (۱)$$

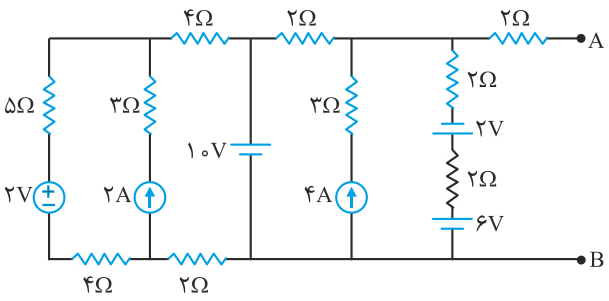
از طرفی با اعمال KVL در حلقه نقطه‌چین داریم:

$$-۲۰ + ۳V_x + V_x = ۰ \rightarrow V_x = \frac{۲۰}{۴} = ۵V$$

با جایگذاری $V_x = ۵^V$ در رابطه (۱) داریم:

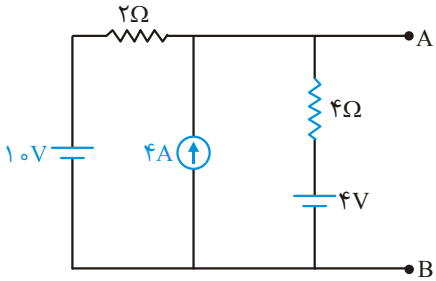
$$\Rightarrow ۴V_{AB} - ۵ = ۴۰ \rightarrow ۴V_{AB} = ۴۵ \rightarrow V_{AB} = \frac{۴۵}{۴} = ۱۱/۲۵V \rightarrow V_{th} = ۱۱/۲۵V$$

مثال ۴۹: ولتاژ تونن از دو سر a و b کدام است؟



۱) $\frac{۴۰}{۳}$
۲) $\frac{۵۰}{۳}$
۳) $\frac{۲۰}{۳}$
۴) $\frac{۱۰}{۳}$

جواب مثال ۴۹: گزینه «۱» صحیح است. کلیه شاخه‌های موازی با منبع ولتاژ مستقل ۱۰ ولتی و همچنین مقاومت ۳ اهمی سری با منبع جریان مستقل ۴ آمپری حذف و مقاومت ۲ اهمی متصل به گره A حاوی جریان صفر هستند و حذف می‌شود و مدار به صورت روبه‌رو ساده می‌گردد.

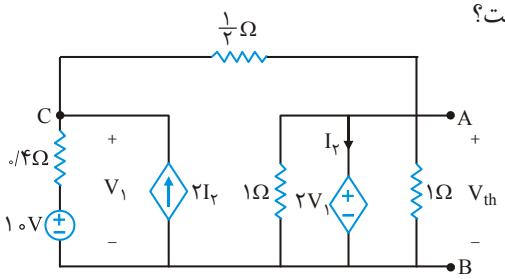


$$KCL(A) \rightarrow ۴ = \frac{V_A - ۱۰}{۲} + \frac{V_A - ۴}{۴} \xrightarrow{\times ۴} ۱۶ = ۲V_A - ۲۰ + V_A - ۴$$

$$\rightarrow ۳V_A = ۴۰ \rightarrow V_A = V_{th} = \frac{۴۰}{۳}$$

مثال ۵۰: ولتاژ تونن از دو سر A و B کدام است؟

۱) ۱۰
۲) ۸
۳) ۲
۴) ۴



جواب مثال ۵۰: گزینه «۴» صحیح است. با اعمال KCL در گره A داریم:

$$\frac{V_{th}}{۱} + \frac{V_{th}}{۱} + I_۲ + \frac{V_{th} - V_۱}{\frac{۱}{۲}} = ۰ \xrightarrow{V_{th} = ۲V_۱} I_۲ + ۳V_{th} = ۰ \qquad (۱)$$

با اعمال KCL در گره C داریم:

$$\frac{V_۱ - V_{th}}{\frac{۱}{۲}} + \frac{V_۱ - ۱۰}{۰/۴} = ۲I_۲ \xrightarrow{V_{th} = ۲V_۱} \frac{V_{th}}{۲} - ۴I_۲ = ۵۰ \rightarrow V_{th} - ۸I_۲ = ۱۰۰ \qquad (۲)$$

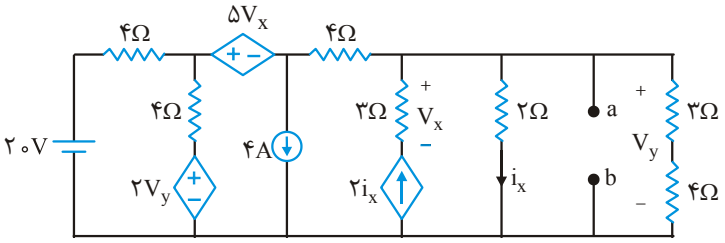
از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} I_۲ + ۳V_{th} = ۰ \\ -۸I_۲ + V_{th} = ۱۰۰ \end{cases} \rightarrow ۲۵V_{th} = ۱۰۰ \rightarrow V_{th} = ۴V$$

۶-۴- نحوه محاسبه جریان نورتون

برای محاسبه جریان نورتون از دو سر a و b دو نقطه مذکور را اتصال کوتاه کرده، جریان اتصال کوتاه شده، عبوری از a به سمت b را I_N یا I_{sc} (جریان نورتون) می‌نامیم.

مثال ۵۱: جریان نورتون از دو سر a و b کدام است؟



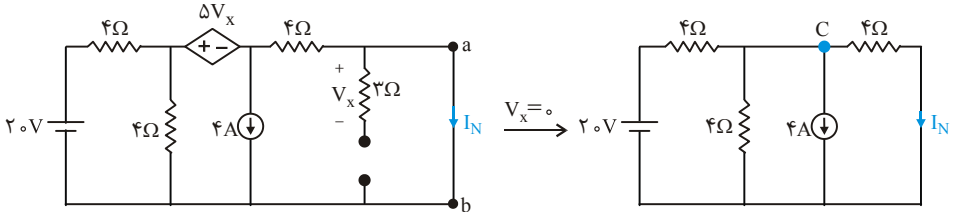
۱) $3\ A$

۲) $\frac{1}{4}A$

۳) $4\ A$

۴) $\frac{1}{3}A$

جواب مثال ۵۱: گزینه «۴» صحیح است. برای محاسبه I_N، پایانه‌های a و b را اتصال کوتاه می‌کنیم حال مقادیر i_x و V_y هر دو صفر می‌شوند چون شاخه‌های حاوی مقاومت‌های 2Ω (شامل i_x) و حاوی مقاومت‌های 3Ω و 4Ω (شامل V_y) با اتصال کوتاه موازی می‌باشند پس منبع جریان وابسته $2i_x$ مدار باز و منبع وابسته ولتاژ $2V_y$ اتصال کوتاه شده و مدار به صورت زیر ساده می‌گردد.

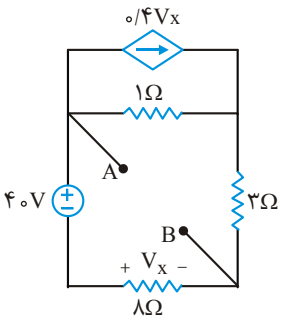


حال با اعمال KCL در گره C داریم:

$$\frac{V_C-20}{4}+\frac{V_C}{4}+4+\frac{V_C}{4}=0 \xrightarrow{\times 4} V_C-20+V_C+16+V_C=0$$

$$\rightarrow V_C=\frac{4}{3}\Rightarrow I_N=\frac{V_C}{4}=\frac{\frac{4}{3}}{4}=\frac{1}{3}A$$

مثال ۵۲: جریان معادل نورتون در مدار شکل زیر چند آمپر است؟



۱) ۱

۲) ۴

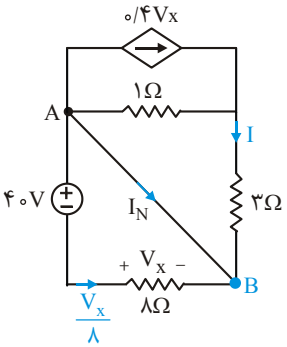
۳) ۵

۴) ۹

جواب مثال ۵۲: گزینه «۴» صحیح است. برای محاسبه I_N، A و B را اتصال کوتاه کرده پس مدار به صورت زیر ساده می‌گردد.

$$۴۰ + V_x = ۰ \rightarrow V_x = -۴۰$$

دو مقاومت ۱ و ۳ اهمی با هم موازی می‌شود پس جریان مقاومت ۳ اهمی I از قانون تقسیم جریان به صورت زیر محاسبه می‌گردد.



$$I = \frac{۱}{۱+۳} \times ۰/۴V_x \xrightarrow{V_x=-۴۰} I = -۴A$$

با اعمال KCL در گره B داریم:

$$I_N + \frac{V_x}{۸} + I = ۰ \xrightarrow[I=-۴]{V_x=-۴۰} I_N = ۹A$$

۶-۵- نحوه محاسبه مقاومت تونن

برای محاسبه مقاومت تونن، مدارها را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم.

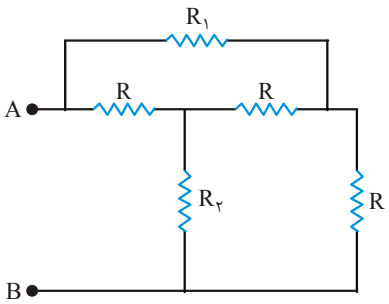
الف) مدارهایی که منابع وابسته ندارند.

ب) مدارهایی که منابع وابسته دارند.

۶-۵-۱- محاسبه مقاومت تونن برای مدارهایی که منابع وابسته ندارند

برای محاسبه مقاومت تونن از دو سر a و b، کافی است منابع مستقل شبکه را خاموش کنیم و مقاومت دیده شده از دو سر a و b را مقاومت تونن می‌نامیم. (منبع جریان یا ولتاژ V_T و i_T را به دو سر a و b تزریق کرده و رابطه خطی بین V_T و i_T را محاسبه می‌کنیم $(V_T = \alpha i_T)$ مقاومت تونن به صورت $\frac{V_T}{i_T} = \alpha = R_{th}$ می‌باشد).

مثال ۵۳: در مدار زیر اگر $R_۱R_۲ = R^۲$ باشد آنگاه مقاومت دو سر AB چقدر است؟



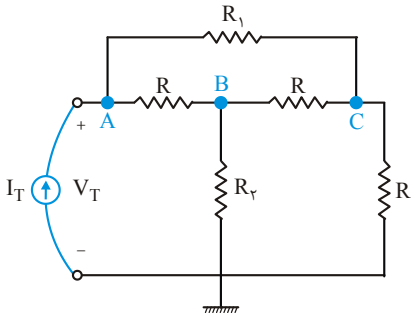
۱) R

۲) $۲R$

۳) $\frac{R}{۲}$

۴) $۳R$

جواب مثال ۵۳: گزینه «۱» صحیح است. با اعمال KCL در گره A داریم:



$$\frac{V_A-V_B}{R}+\frac{V_A-V_C}{R_1}=I_T \qquad (1)$$

با اعمال KCL در گره B داریم:

$$\frac{V_B-V_C}{R}+\frac{V_B}{R_2}+\frac{V_B-V_A}{R}=0 \qquad (2)$$

با اعمال KCL در گره C داریم:

$$\frac{V_C}{R}+\frac{V_C-V_A}{R_1}+\frac{V_C-V_B}{R}=0 \qquad (3)$$

از راوبط (۱) و (۲) و (۳) داریم:

$$\rightarrow\begin{cases}(R+R_1)V_A-R_1V_B-RV_C=RR_1I_T\\ -R_2V_A+(R+2R_2)V_B-R_2V_C=0\\ -RV_A-R_1V_B+(R+2R_1)V_C=0\end{cases}\Rightarrow V_T=V_A=\frac{\begin{vmatrix}RR_1I_T & -R_1 & -R\\ 0 & R+2R_2 & -R_2\\ 0 & -R_1 & R+2R_1\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}R+R_1 & -R_1 & -R\\ -R_2 & R+2R_2 & -R_2\\ -R & -R_1 & R+2R_1\end{vmatrix}}$$

$$V_T=\frac{RR_1I_T[(R+2R_2)(R+2R_1)-R_1R_2]}{(R+R_1)(R+2R_2)(R+2R_1)-RR_1R_2-RR_1R_2-R_1R_2(R+2R_1)-R_1R_2(R+R_1)-R^2(R+2R_2)}$$

$$\xrightarrow{R_1R_2=R^2}V_T=\frac{R^2R_1[4R+2R_1+2R_2]I_T}{RR_1[4R+2R_1+2R_2]}=RI_T\rightarrow R_{Th}=\frac{V_T}{I_T}=R$$

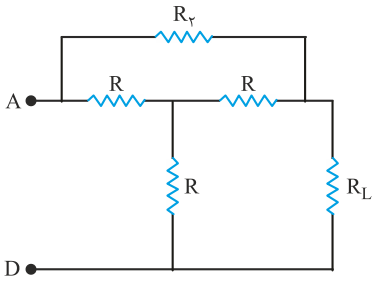
راه دوم: اگر $R_1R_2=R^2$ باشد که در صورت سوال آمده است مدار بصورت پل وتسون در می‌آید پس مقاومت R حذف می‌گردد و داریم:

$$R_{ab}=(R+R_2)\,||\,(R_1+R)=\frac{(R+R_2)(R+R_1)}{R+R_2+R+R_1}$$

$$=\frac{R^2+RR_1+RR_2+R_1R_2}{2R+R_1+R_2}=\frac{R^2+R(R_1+R_2)+R_1R_2}{2R+R_1+R_2}$$

$$\xrightarrow{R_1R_2=R^2}R_{ab}=\frac{R^2+R(R_1+R_2)+R^2}{2R+R_1+R_2}=\frac{R(2R+R_1+R_2)}{2R+R_1+R_2}=R$$

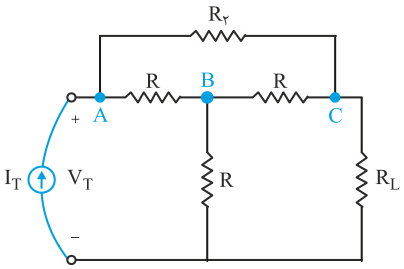
مثال ۵۴: در مدار روبرو $R_۲$ را چنان تعیین کنید که مقاومت دیده شده در سرهای A و D مدار برابر R_L باشد.



۱) صفر
۲) $\frac{۲RR_L^۲}{۳R^۲ - R_L^۲}$
۳) $\frac{۲R^۲R_L^۲}{۳R^۳ + R_L^۲}$
۴) $\frac{۲R^۲R_L}{۳R^۳ - R_L}$

جواب مثال ۵۴: گزینه «۲» صحیح است.

با اعمال KCL در گره A داریم:



$$\frac{V_A - V_B}{R} + \frac{V_A - V_C}{R_۲} = I_T \qquad (۱)$$

با اعمال KCL در گره B داریم:

$$\frac{V_B - V_A}{R} + \frac{V_B - V_C}{R} + \frac{V_B}{R} = ۰ \qquad (۲)$$

با اعمال KCL در گره C داریم:

$$\frac{V_C - V_B}{R} + \frac{V_C}{R_L} + \frac{V_C - V_A}{R_۲} = ۰ \qquad (۳)$$

از روابط (۱) و (۲) و (۳) داریم:

$$\begin{cases} (\frac{۱}{R} + \frac{۱}{R_۲})V_A - \frac{۱}{R}V_B - \frac{۱}{R_۲}V_C = I_T \\ -V_A + ۳V_B - V_C = ۰ \\ -\frac{۱}{R_۲}V_A - \frac{۱}{R}V_B + (\frac{۱}{R} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_L})V_C = ۰ \end{cases}$$

$$\rightarrow V_T = V_A = \frac{\begin{vmatrix} I_T & -\frac{۱}{R} & -\frac{۱}{R_۲} \\ ۰ & ۳ & -۱ \\ ۰ & -\frac{۱}{R} & \frac{۱}{R} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_L} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{۱}{R} + \frac{۱}{R_۲} & -\frac{۱}{R} & -\frac{۱}{R_۲} \\ -۱ & ۳ & -۱ \\ -\frac{۱}{R_۲} & -\frac{۱}{R} & \frac{۱}{R} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_L} \end{vmatrix}}$$

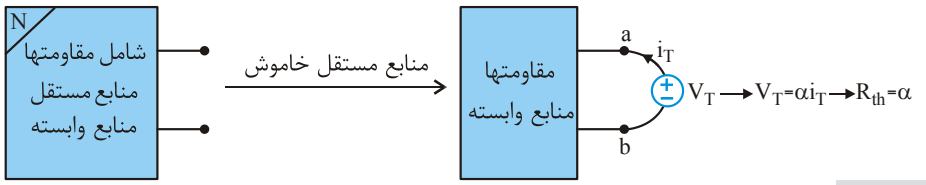
$$\rightarrow V_T = \frac{(\frac{۲}{R} + \frac{۳}{R_۲} + \frac{۳}{R_L})I_T}{\frac{۱}{R^۲} + \frac{۲}{RR_۲} + \frac{۲}{RR_L} + \frac{۳}{R_۲R_L}} \rightarrow \mathrm{R_{Th}} = \frac{V_T}{I_T} = \frac{\frac{۲}{R} + \frac{۳}{R_۲} + \frac{۳}{R_L}}{\frac{۱}{R^۲} + \frac{۲}{RR_۲} + \frac{۲}{RR_L} + \frac{۳}{R_۲R_L}}$$

$$\mathrm{R_{Th}} = R_L \rightarrow \frac{۲}{R} + \frac{۳}{R_۲} + \frac{۳}{R_L} = \frac{R_L}{R^۲} + \frac{۲R_L}{RR_۲} + \frac{۲R_L}{RR_L} + \frac{۳R_L}{R_۲R_L}$$

$$\rightarrow \frac{۳}{R_L} - \frac{R_L}{R^۲} = \frac{۲R_L}{RR_۲} \rightarrow R_۲ = \frac{۲R_L^۲R}{۳R^۲ - R_L^۲}$$

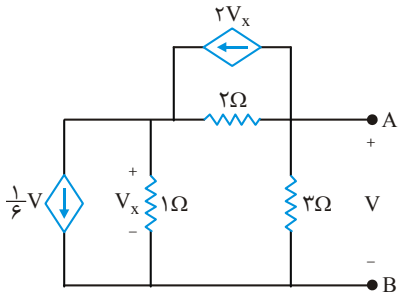
۶-۵-۲- محاسبه مقاومت تونن برای مدارهایی که منابع وابسته دارند:

راه اول: برای این کار تمام منابع مستقل شبکه N را خاموش کرده و منبع جریان یا ولتاژ V_T و i_T را به دو سر a و b تزریق کرده و رابطه خطی بین V_T و i_T را محاسبه می‌کنیم $(V_T = \alpha i_T)$ مقاومت تونن به صورت $\frac{V_T}{i_T} = \alpha = R_{th}$ می‌باشد.



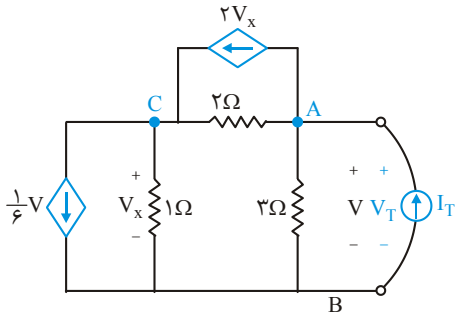
مثال ۵۵: در مدار شکل روبرو مقاومت تونن دیده شده از دو سر A-B کدام است؟

۱) ۳
۲) ۶
۳) -۳
۴) -۶



جواب مثال ۵۵: گزینه «۴» صحیح است.

با اعمال KCL در گره A داریم:



$$\frac{V_A}{۳} + \frac{V_A - V_C}{۲} + ۲V_x = I_T \qquad (۱)$$

با اعمال KCL در گره C داریم:

$$V_C + \frac{V_C - V_A}{۲} + \frac{۱}{۶}V - ۲V_x = ۰ \qquad (۲)$$

و از روی شکل داریم:

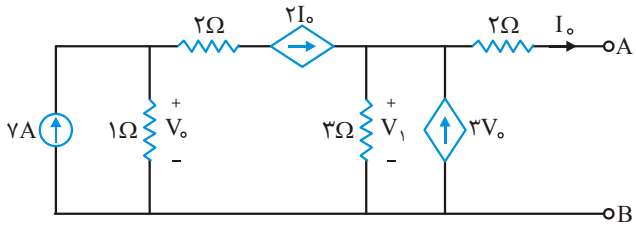
$$V = V_A = V_T \text{ و } V_x = V_C \qquad (۳)$$

از روابط (۱) و (۲) و (۳) داریم:

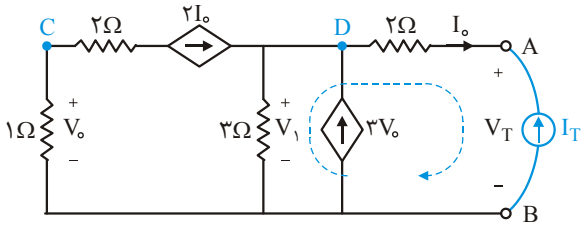
$$\rightarrow \begin{cases} ۵V_T + ۹V_C = ۶I_T \\ -\frac{۲}{۳}V_T - V_C = ۰ \end{cases} \rightarrow V_T = -۶I_T \rightarrow \mathrm{R_{Th}} = \frac{V_T}{I_T} = -۶\Omega$$

مثال ۵۶: در مدار روبرو مقاومت تونن دو سر AB کدام است؟

۱) ۱۰Ω
۲) ۱۷Ω
۳) ۲۰Ω
۴) ۶۳Ω



جواب مثال ۵۶: گزینه «۲» صحیح است. برای محاسبه R_{th}، منابع مستقل را خاموش می‌کنیم.



با اعمال KCL در گره C داریم:

$$۰ = \frac{V_۰}{۱} + ۲i_۰ \xrightarrow{i_۰ = -I_T} V_۰ = ۲I_T \qquad (۱)$$

با اعمال KCL در گره D داریم:

$$۲i_۰ + ۳V_۰ = i_۰ + \frac{V_۱}{۳} \qquad (۲)$$

با اعمال KVL در حلقه (نقطه چین) داریم:

$$-V_۱ + ۲i_۰ + V_T = ۰ \rightarrow V_۱ = ۲i_۰ + V_T \qquad (۳)$$

از روابط (۲) و (۳) داریم:

$$۲i_{\circ}+۳V_{\circ}=i_{\circ}+\frac{۲i_{\circ}+V_T}{۳}\rightarrow i_{\circ}+۳V_{\circ}=\frac{۲i_{\circ}+V_T}{۳}\rightarrow i_{\circ}+۹V_{\circ}=V_T \quad (۴)$$

از روابط (۱) و (۴) داریم:

$$V_T=۹(۲I_T)-I_T\rightarrow V_T=۱۸I_T-I_T\rightarrow V_T=۱۷I_T\rightarrow R_{Th}=۱۷\Omega$$

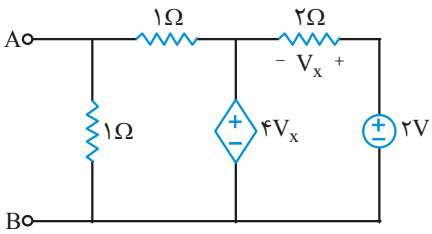
مثال ۵۷: در مدار روبرو مقاومت تونن از دو سر A-B کدام است؟

۱) ۱

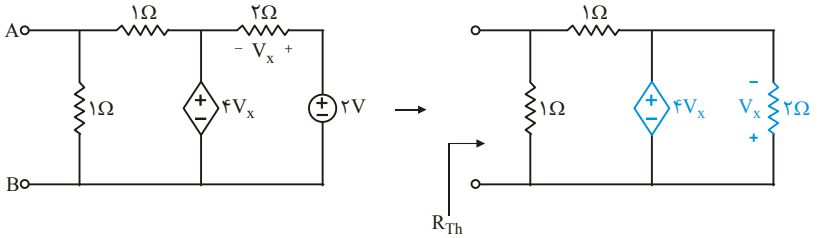
۲) ۲

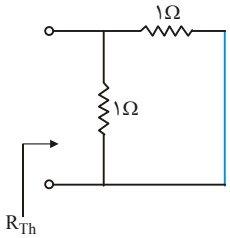
۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) صفر



جواب مثال ۵۷: گزینه «۳» صحیح است. برای محاسبه R_{Th} منابع مستقل را خاموش می‌کنیم. پس مدار بصورت زیر ساده می‌گردد.





$$۴V_x=-V_x\rightarrow V_x=۰\rightarrow \qquad R_{Th}=۱\,||\,۱=\frac{۱}{۲}\Omega$$

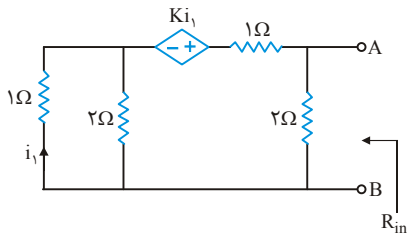
مثال ۵۸: در مدار شکل زیر K چه باشد تا مقاومت ورودی شبکه صفر شود؟

۱) ۲/۵

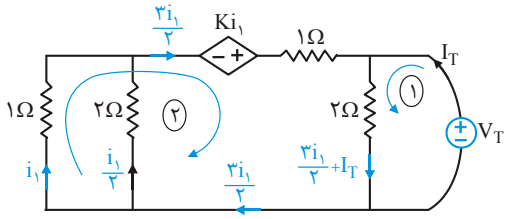
۲) ۱/۵

۳) ۵/۵

۴) ۳/۵



جواب مثال ۵۸: گزینه «۱» صحیح است.



با اعمال KVL در حلقه (۱) داریم:

$$V_T = ۲(\frac{۳}{۲}i_۱ + i_T) \rightarrow V_T = ۳i_۱ + ۲I_T \quad (۱)$$

با اعمال KVL در حلقه (۲) داریم:

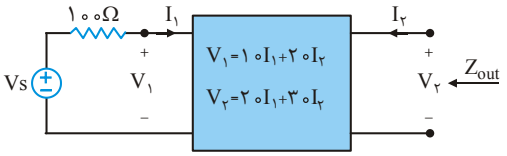
$$\rightarrow i_۱ - ki_۱ + \frac{۳}{۲}i_۱ + V_T = ۰ \rightarrow V_T = -i_۱(\frac{۵}{۲} - k) \rightarrow i_T = \frac{۲V_T}{-۵ + ۲k} \quad (۲)$$

با جایگذاری رابطه (۲) در رابطه (۱) داریم:

$$\rightarrow V_T = ۶\frac{V_T}{-۵ + ۲k} + ۲I_T \rightarrow V_T(۱ - \frac{۶}{-۵ + ۲k}) = ۲I_T \rightarrow V_T = \frac{۲(-۵ + ۲k)I_T}{۲k - ۱۱}$$

$$\left.\begin{aligned} R_{in} &= \frac{V_T}{I_T} = \frac{۲(-۵ + ۲k)}{۲k - ۱۱} \\ R_{in} &= ۰ \end{aligned}\right\} \rightarrow ۲k - ۵ = ۰ \rightarrow k = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$$

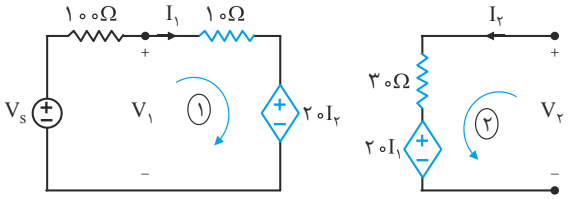
مثال ۵۹: امپدانس خروجی مدار زیر کدام گزینه است؟



۱) $\frac{۱۹۰}{۱۱}\Omega$ ۲) $\frac{۲۳۰}{۱۱}\Omega$

۳) $\frac{۲۹۰}{۱۱}\Omega$ ۴) $\frac{۲۱۰}{۱۱}\Omega$

جواب مثال ۵۹: گزینه «۳» صحیح است. با مدل کردن، مدار بصورت روبرو ساده می‌گردد:



با اعمال KVL در حلقه (۱) داریم:

$$V_s = ۱۱۰I_۱ + ۲۰I_۲ \xrightarrow{V_s = ۰} ۱۱۰I_۱ + ۲۰I_۲ = ۰ \rightarrow I_۱ = -\frac{۲}{۱۱}I_۲ \quad (۱)$$

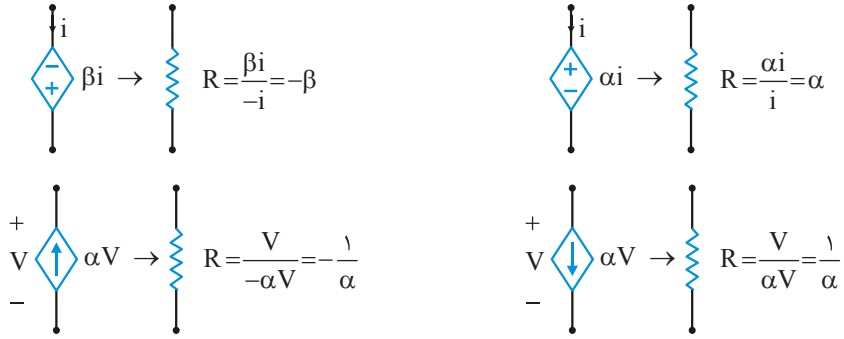
با اعمال KVL در حلقه (۲) داریم:

$$V_۲ = ۳۰I_۲ + ۲۰I_۱ \quad (۲)$$

با جایگذاری رابطه (۱) در (۲) داریم:

$$V_۲ = ۳۰I_۲ - ۲۰\times\frac{۲}{۱۱}I_۲ \rightarrow V_۲ = (۳۰ - \frac{۴۰}{۱۱})I_۲ \rightarrow Z_{out} = \frac{V_۲}{I_۲} = ۳۰ - \frac{۴۰}{۱۱} = \frac{۳۳۰ - ۴۰}{۱۱} = \frac{۲۹۰}{۱۱}\Omega$$

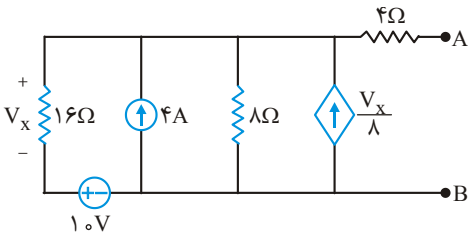
راه دوم: می‌توانیم به راحتی، فقط با خاموش کردن منابع مستقل و جایگزین کردن مقاومت به جای منابع وابسته، مقاومت تونن از دو سر a و b را محاسبه می‌کنیم. برای محاسبه مقاومت داخلی منابع، باید منبع وابسته را به دید مقاومت نگاه کرده و با استفاده از قانون اهم $(R = \frac{V}{I})$ مقاومت داخلی منبع را محاسبه کنیم. (در اشکال زیر مقاومت داخلی، منابع وابسته را محاسبه می‌کنیم)



نکته

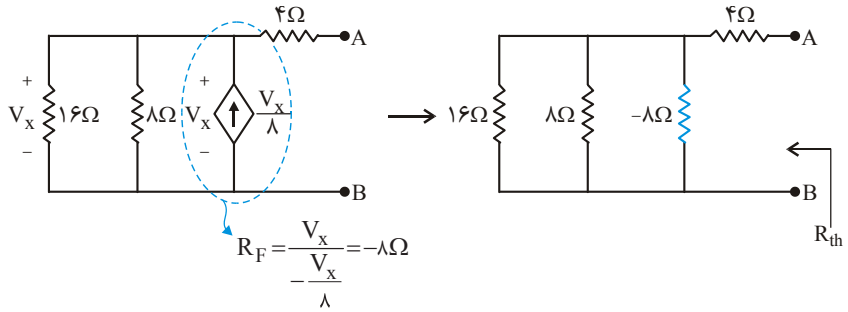
در استفاده از روش دوم برای مقاومت تونن، اگر بخواهیم مقاومت داخلی منبع وابسته جریان را محاسبه کنیم باید دنبال ولتاژ دوسر منبع وابسته برویم و هنگامی می‌توان از این روش استفاده کرد که ولتاژ دو سر منبع وابسته جریان در اثر اعمال i_T و V_T در روش اول تغییری نکند و اگر بخواهیم مقاومت داخلی منبع ولتاژ را محاسبه کنیم باید دنبال جریان عبوری از منبع ولتاژ وابسته برویم و هنگامی می‌توان از این روش استفاده کرد که به جریان عبوری از منبع ولتاژ وابسته در اثر اعمال i_T و V_T در روش اول تغییری نکند.

مثال ۶۰: مقاومت تونن از دو سر A و B کدام است؟



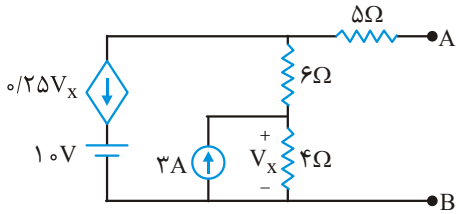
۱) ۸
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۲۰

جواب مثال ۶۰: گزینه «۴» صحیح است. ابتدا تمام منابع مستقل را خاموش می‌کنیم، با توجه به وجود منبع جریان وابسته در مدار باید ولتاژ دو سر آن را محاسبه کنیم که بتوانیم به جای منبع وابسته $\frac{V_x}{۸}$، مقاومت داخلی آن را قرار دهیم پس داریم:



$$R_{th} = (۱۶ \,||\, ۸ \,||\, -۸) + ۴ = ۱۶ + ۴ = ۲۰\Omega$$

مثال ۶۱: مقاومت تونن از دو سر A و B کدام است؟



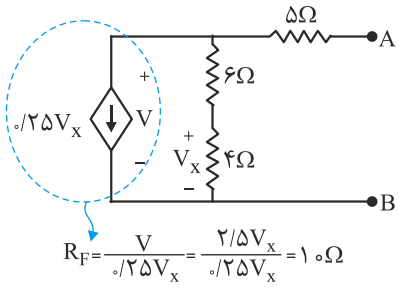
۱) $\frac{۵۰}{۳}$

۲) ۱۰

۳) ۲۰

۴) بی‌نهایت

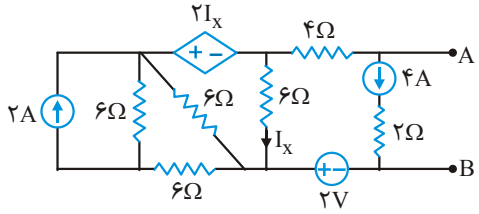
جواب مثال ۶۱: گزینه «۲» صحیح است. تمام منابع مستقل را خاموش می‌کنیم، حال اگر بخواهیم بجای منبع وابسته $۰/۲۵V_x$ مقاومت داخلی آن را جایگزین کنیم باید ولتاژ دو سر آن را برحسب V_x محاسبه کنیم حال با استفاده از قاعده تقسیم ولتاژ، ولتاژ دو سر منبع جریان وابسته به صورت $V_x = \frac{۴}{۴+۶}V \rightarrow V = \frac{۱۰}{۴}V_x = ۲/۵V_x$ می‌باشد.



پس داریم:

$$R_{th} = (۱۰ \,||\, ۱۰) + ۵ = ۵ + ۵ = ۱۰\Omega$$

مثال ۶۲: مقاومت معادل تونن از دو پایانه A و B چند اهم است؟



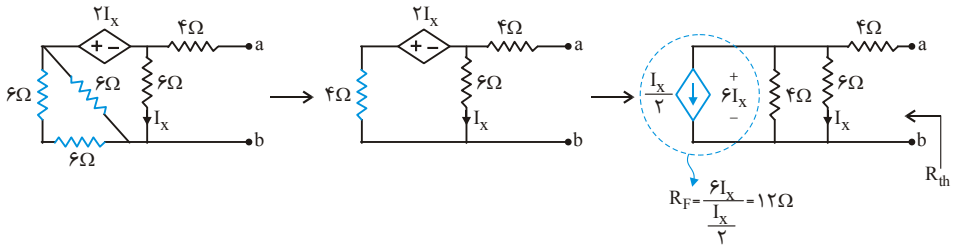
۱) ۶

۲) ۴

۳) ۶/۴

۴) ۱۴

جواب مثال ۶۲: گزینه «۱» صحیح است. برای محاسبه R_{th}، تمام منابع مستقل را خاموش کرده و منبع ولتاژ وابسته سری را به منبع جریان وابسته تبدیل کرده، سپس مقاومت داخلی منبع وابسته را محاسبه می‌کنیم پس داریم:



$$R_{th} = (۱۲ \,||\, ۴ \,||\, ۶) + ۴ = ۲ + ۴ = ۶\Omega$$

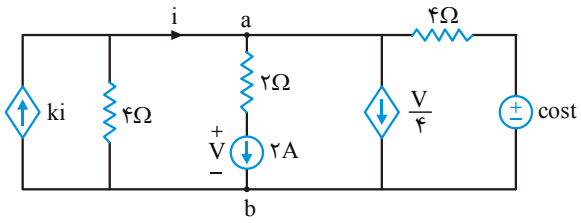
مثال ۶۳: اگر مقاومت معادل از a و b برابر ۴Ω باشد مقدار K برابر است با:

۱) -۲

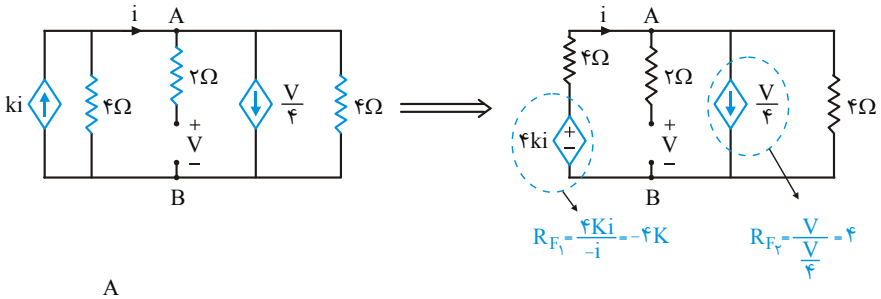
۲) $\frac{۱}{۲}$

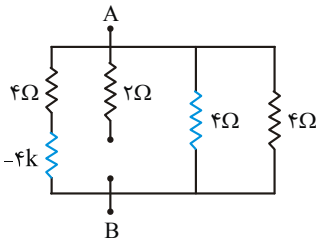
۳) ۲

۴) ۳



جواب مثال ۶۳: گزینه «۳» صحیح است. برای محاسبه مقاومت معادل از دو سر a و b، تمام منابع مستقل را خاموش می‌کنیم و با تبدیل منابع و ساده‌سازی داریم:



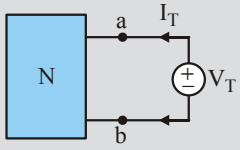


$$R_{AB} = ۴ \,||\, ۴ \,||\, (۴ - ۴k) = ۲ \,||\, (۴ - ۴k)$$

$$\xrightarrow{R_{AB}=۴} ۴ = \frac{۲(۴ - ۴k)}{۲ + ۴ - ۴k}$$

$$\Rightarrow ۲۴ - ۱۶k = ۸ - ۸k \Rightarrow ۱۶ = ۸k \rightarrow k = ۲$$

۶-۶- روش محاسبه مقاومت تونن، ولتاژ تونن و جریان نورتون با همدیگر

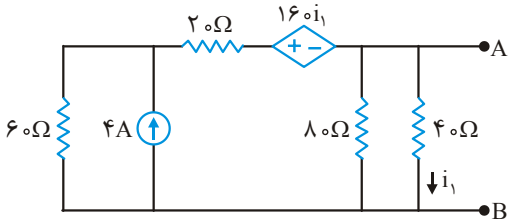


برای محاسبه R_{th} و V_{th} و I_N در مسایل، کافی است منبع V_T و I_T را به دو سر a و b اضافه کرده و یک رابطه خطی بین V_T و I_T به دست می‌آوریم پس داریم: $V_T = \alpha i_T + \beta \; , \; i_T = \frac{1}{\alpha} V_T - \frac{\beta}{\alpha}$

همان‌گونه که در روابط فوق مشاهده می‌کنید α همان $R_{th} = R_N$ و β همان V_{th} است $\frac{\beta}{\alpha}$ همان I_N است.

حال اگر در رابطه تونن $\alpha = R_{th} = 0$ و $V_T = \beta$ گردد شبکه فقط شامل منبع ولتاژ است و در رابطه نورتون $\alpha = R_N = \infty$ و $i_T = -\frac{\beta}{\alpha}$ گردد شبکه فقط شامل منبع جریان است.

مثال ۶۴: مدار معادل نورتون شبکه زیر کدام خواهد بود؟



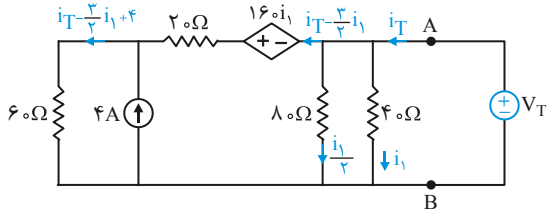
۱) $R_N = 10\Omega, I_{sc} = 3A$

۲) $R_N = 10\Omega, I_{sc} = 6A$

۳) $R_N = 20\Omega, I_{sc} = 3A$

۴) $R_N = 20\Omega, I_{sc} = 6A$

جواب مثال ۶۴: گزینه «۱» صحیح است. ابتدا V_T و i_T را به دو سر A و B اعمال کرده، جریان مقاومت ۸۰ اهمی بصورت $\frac{i_1}{2}$ محاسبه می‌گردد. حال جریان تمام شاخه‌ها را برحسب i_T و i_1 محاسبه می‌کنیم.



با اعمال KVL بر حلقهٔ بزرگ داریم:

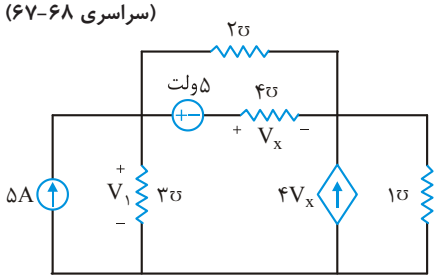
$$-V_T - 160 i_1 + 20(i_T - \frac{3}{2} i_1) + 60(i_T - \frac{3}{2} i_1 + 4) = 0$$

$$\rightarrow V_T = 80 i_T - 280 i_1 + 240 \xrightarrow{i_1 = \frac{V_T}{40}} V_T = 80 i_T - 280(\frac{V_T}{40}) + 240$$

$$\rightarrow V_T = 10 i_T + 30 \rightarrow R_{th} = 10 \; , \; V_{th} = 30 \; , \; I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}} = 3^A$$

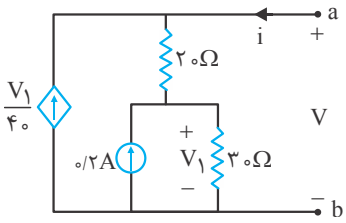
- سؤال‌های سراسری -

۱- در مدار شکل زیر ولتاژ V_1 را بدست آورید. (سراسری ۶۸-۶۷)



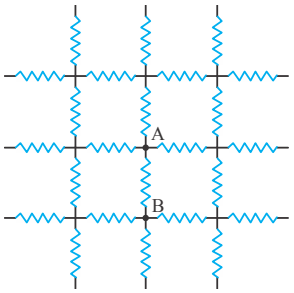
۱) $\frac{۳۵}{۳۹}$
۲) $\frac{۱۴}{۲۷}$
۳) $-\frac{۱۴}{۲۷}$
۴) $-\frac{۳۵}{۳۹}$

۲- مقاومت تونن از دیدگاه دو نقطه a و b در مدار شکل زیر چند اهم است؟ (سراسری ۶۸-۶۷)



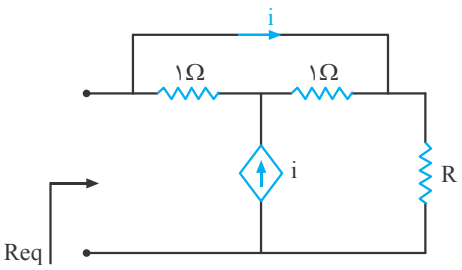
۱) ۱۰۰
۲) ۲۰۰
۳) ۳۰۰
۴) ۴۰۰

۳- در مدار مقاومتی شکل زیر، همه مقاومت‌ها یک اهم هستند و مدار از هر طرف به بی‌نهایت می‌رود. مقاومت دیده شده در سرهای A و B کدام است؟ (سراسری ۶۹-۶۸)



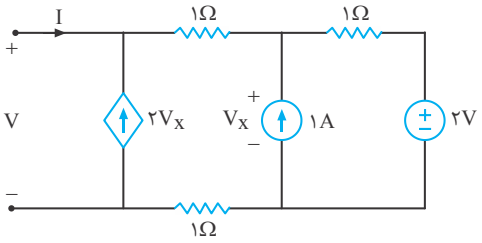
۱) ۱Ω
۲) ۲Ω
۳) $\frac{۱}{۲}\Omega$
۴) $\frac{۱}{۴}\Omega$

۴- در شبکه زیر R_{eq} برابر است با: (سراسری ۶۹-۶۸)



۱) $۲R$
۲) $۳R$
۳) $\frac{R}{۲}$
۴) $\frac{R}{۳}$

۵- رابطه V-I شبکه یک قطبی زیر عبارتست از: **(سراسری ۷۰-۶۹)**



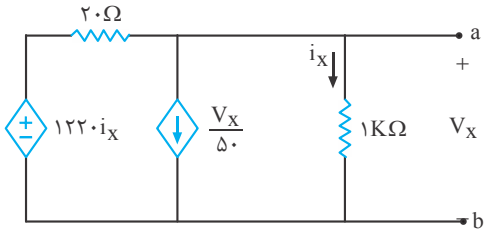
۱) $V = -۳I - ۱۵$

۲) $V = ۲I + ۱۰$

۳) $V = ۳I - ۱۵$

۴) $V = -۲I + ۱۰$

۶- مشخصات مربوط به مدار معادل تونن شکل زیر از کدام گزینه به دست می‌آید؟ **(سراسری ۷۱-۷۰)**



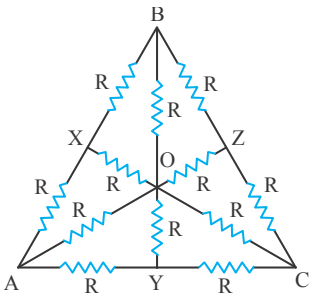
۱) $R_{Th} = ۱۰۰\Omega\ ,\ V_{Th} = ۱۰$

۲) $R_{Th} = ۱۸۰\Omega\ ,\ V_{Th} = ۰$

۳) $R_{Th} = ۱۲۰\Omega\ ,\ V_{Th} = ۱۵$

۴) $R_{Th} = ۱۰۰\Omega\ ,\ V_{Th} = ۰$

۷- در مدار شکل زیر مقاومت معادل بین نقاط O و A چقدر است؟ $(R = ۲۰\Omega)$ **(سراسری ۷۱-۷۰)**



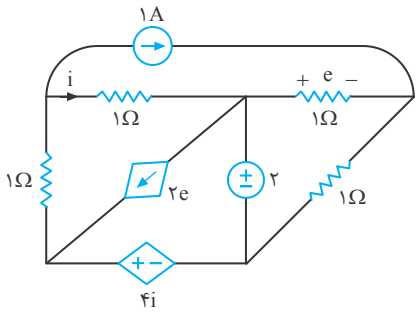
۱) ۹

۲) $۱/۸\Omega$

۳) $۲/۱۵\Omega$

۴) $۷/۵\Omega$

۸- در مدار شکل زیر، شدت جریان i برابر است با: **(سراسری ۷۲-۷۱)**



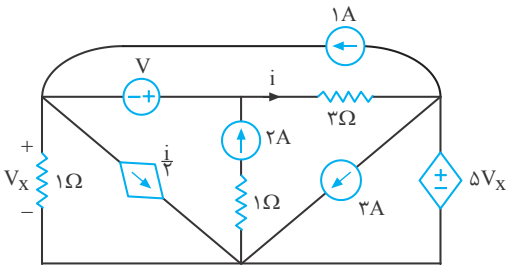
۱) ۱/۵

۲) ۲

۳) ۲/۵

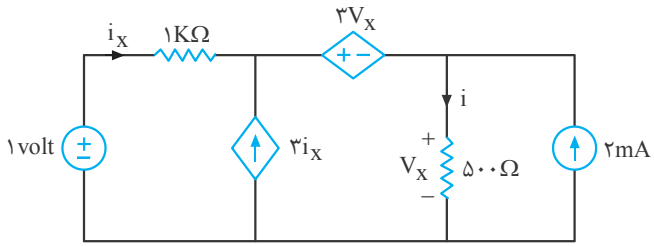
۴) -۰/۵

۹- در مدار شکل زیر مقدار V چقدر باشد تا $V_x = ۰$ شود؟ **(سراسری ۷۴-۷۳)**



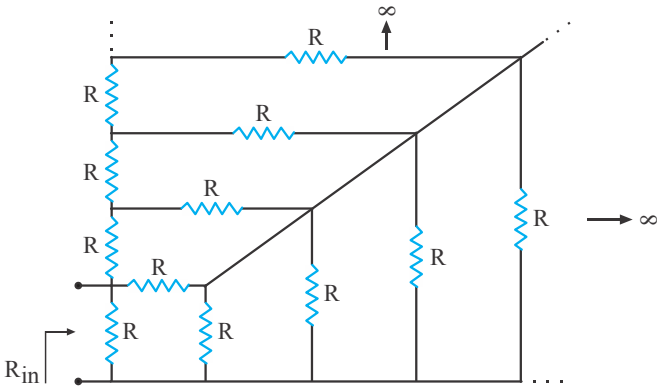
۱) ۳
۲) ۶
۳) ۱۸
۴) ۹

۱۰- مقدار جریان i را در مدار شکل زیر حساب کنید؟ **(سراسری ۷۵-۷۴)**



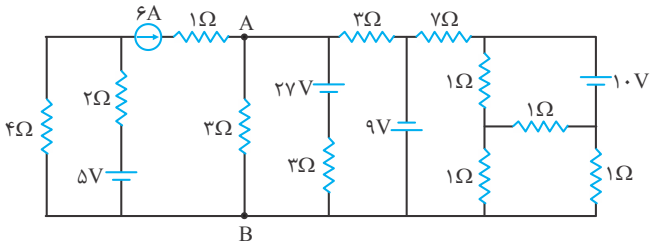
۱) $\frac{۱mA}{۳}$
۲) $\frac{۲mA}{۳}$
۳) $\frac{۱mA}{۲}$
۴) $\frac{۴mA}{۳}$

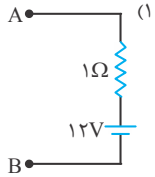
۱۱- اگر مقاومت کلیه شاخه‌ها برابر R باشد، مقاومت ورودی این مدار را بیابید؟ **(سراسری ۷۵-۷۴)**

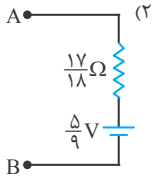


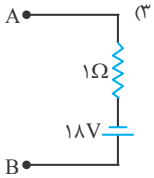
۱) R
۲) $۰/۶۱۸\,R$
۳) $۰/۵\,R$
۴) $۰/۳۸۲\,R$

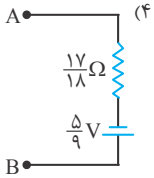
۱۲- مدار معادل تونن از دیدگاه دو سر B و A در مدار شکل زیر کدام است؟ **(سراسری ۷۵-۷۴)**



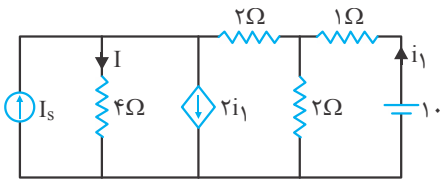
۱)


۲)


۳)


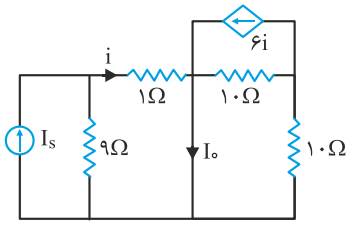
۴)


۱۳- در مدار شکل زیر مقدار منبع I_s (بر حسب آمپر) در صورتی که $I = ۰$ باشد کدام است؟ **(سراسری ۷۵-۷۴)**



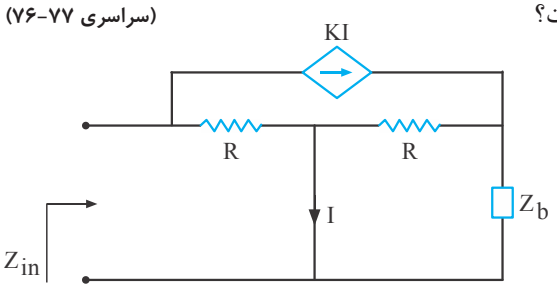
۱) ۲/۵
۲) ۷/۵
۳) ۲۲/۵
۴) ۲۷/۵

۱۴- در مدارزیر نسبت $\frac{I_۰}{I_s}$ برابر است با: **(سراسری ۷۶-۷۵)**



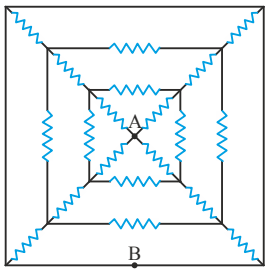
۱) -۱/۸
۲) ۰/۹
۳) ۲/۷
۴) ۳/۶

۱۵- در شبکه زیر $\lim\limits_{k\to\infty} Z_{in}$ چقدر است؟ **(سراسری ۷۷-۷۶)**



۱) $-Z_b$
۲) $Z_b - R$
۳) $Z_b + R$
۴) بی‌نهایت

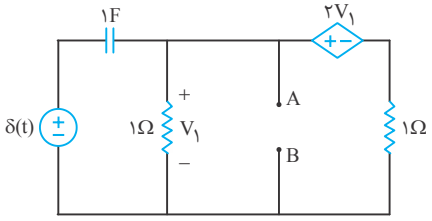
۱۶- در مدار شکل مقابل تمام مقاومت‌ها یک اهم هستند. مقاومت دیده شده در سرهای A و B چند اهم است؟ **(سراسری ۷۸-۷۷)**

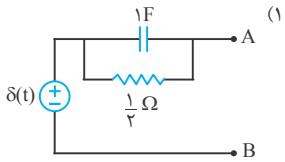


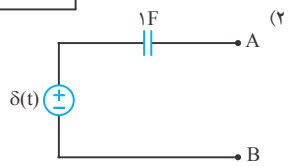
۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$

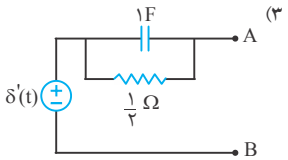
۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

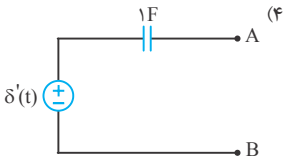
۱۷- در مدار شکل مقابل ولتاژ اولیه دو سر خازن صفر می‌باشد. مدار معادل تونن دیده شده از دو سر A-B کدام است؟ **(سراسری ۷۸-۷۷)**



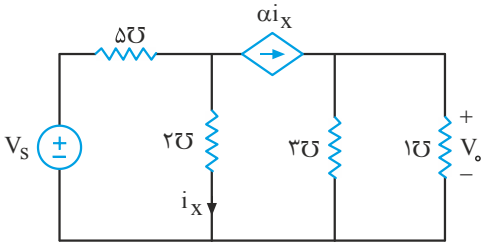
۱)


۲)


۳)


۴)


۱۸- در مدار شکل مقابل مقاومت‌ها بر حسب مهو داده شده‌اند. حداقل مقدار α که به ازای آن مدار برای خروجی V_o مانند یک تقویت‌کننده عمل می‌کند چیست؟ **(سراسری ۸۰-۷۹)**



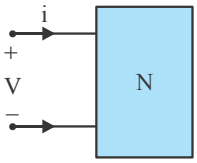
۱) ۱۰

۲) ۱۲

۳) ۱۴

۴) به علت وجود منبع وابسته این مدار همیشه مانند یک تقویت‌کننده عمل می‌کند.

۱۹- می‌دانیم که یک قطبی N ، متشکل از مقاومت‌های خطی تغییرناپذیر با زمان و منابع نابسته dc و منابع وابسته از هر نوع می‌باشد. کدام یک از توصیف‌های زیر برای مشخص‌سازی آن همواره برقرار است؟ **(سراسری ۸۰-۷۹)**



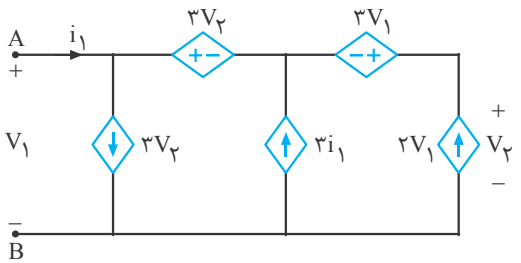
۱) $\alpha_۲, \alpha_۱, i = \alpha_۱ v + \alpha_۲$ ثابتهای وابسته به N

۲) $v = \alpha_۱ i + \alpha_۲$ ، $\alpha_۱$ و $\alpha_۲$ ثابتهای وابسته به N

۳) $c, b, a,\ av + bi + c = ۰$ ثابتهای وابسته به N

۴) هر سه گزاره فوق صحیح هستند.

۲۰- مقاومت دیده شده در سرهای A و B مدار شکل مقابل چند اهم است؟ **(سراسری ۸۱-۸۰)**



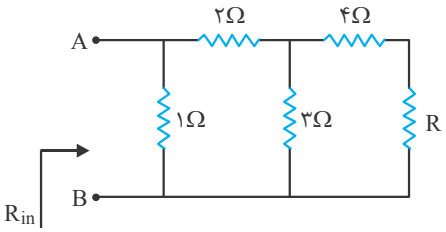
۱) صفر

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) ۴

۴) بی‌نهایت

۲۱- در مورد مقاومت دیده شده R_{in} در دو سر A و B مدار شکل زیر کدام رابطه همواره برقرار است؟ **(سراسری ۸۱-۸۰)**



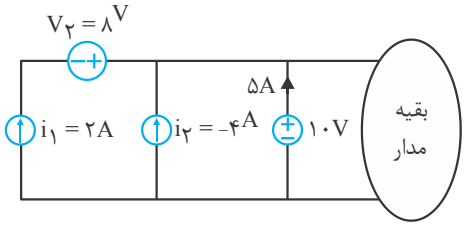
۱) $R_{in} < ۰/۶۵$

۲) $R_{in} < ۰/۷$

۳) $R_{in} < ۰/۷۵$

۴) $R_{in} < ۰/۸۵$

۲۲- کدام یک از چهار منبع در شکل زیر توان جذب می‌کنند؟ **(سراسری ۸۲-۸۱)**



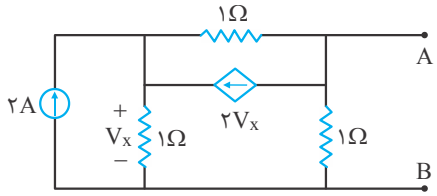
۱) $i_۲$

۲) $i_۱$

۳) $V_۲$

۴) $V_۱$

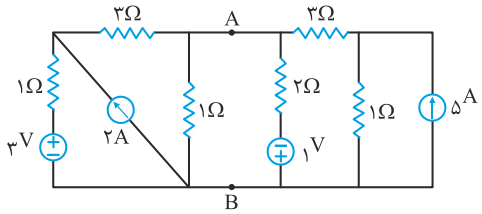
۲۳- در مدار شکل زیر مقاومت تونن، از دو سر A و B کدام است؟ (سراسری ۸۲-۸۱)



۱) صفر ۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) ۱ ۴) بی‌نهایت

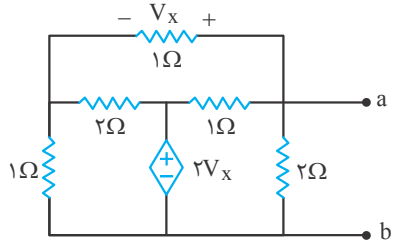
۲۴- در مدار مقابل V_{AB} چند ولت است؟ (سراسری ۸۳-۸۲)



۱) ۱ ۲) ۲

۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

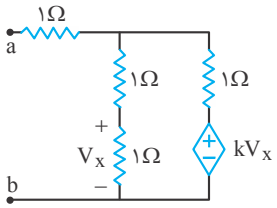
۲۵- مقاومت دیده شده در سرهای a و b مدار شکل مقابل کدام است؟ (سراسری ۸۳-۸۲)



۱) $\frac{۴}{۷}\Omega$ ۲) $\frac{۱۵}{۱۴}\Omega$

۳) $\frac{۷}{۴}\Omega$ ۴) $\frac{۱۴}{۱۵}\Omega$

۲۶- در مدار شکل مقابل بازاء چه مقدار k مقاومت دیده شده در سرهای a و b منفی است؟ (سراسری ۸۳-۸۲)



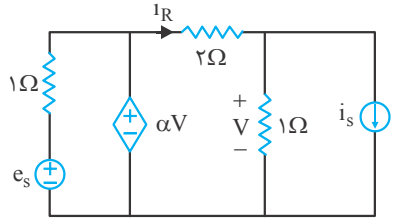
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۲/۵

۴) ۴

۲۷- در مدار شکل زیر α را چنان تعیین کنید که شدت جریان مقاومت ۲ اهمی $\left(i_s = e^{-t}u(t), e_s = e^{-۲t}u(t)\right)$ باشد. $i_R = \frac{۱}{۲}e^{-t}u(t)$ (سراسری ۸۳-۸۲)



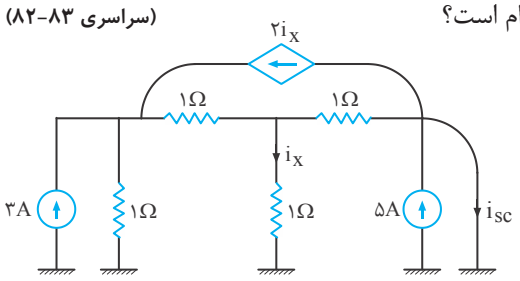
۱) -۳

۲) -۱

۳) ۱

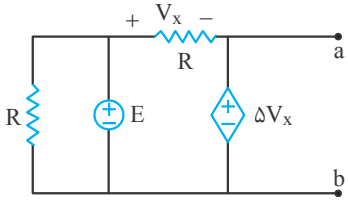
۴) ۳

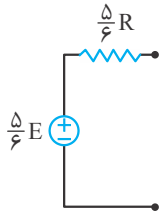
۲۸- در شکل زیر جریان اتصال کوتاه i_{sc} کدام است؟ (سراسری ۸۳-۸۲)

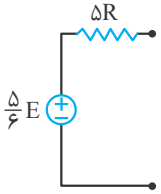


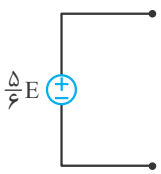
۱) $۱A$
۲) $۲A$
۳) $۴A$
۴) $۸A$

۲۹- مدار معادل تونن شبکه مقابل را بدست آورید؟ (سراسری ۸۴-۸۳)



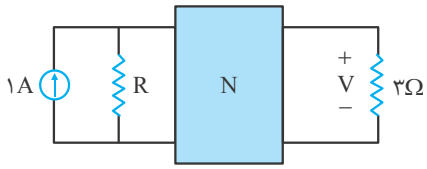
۱) 

۲) 

۳) 

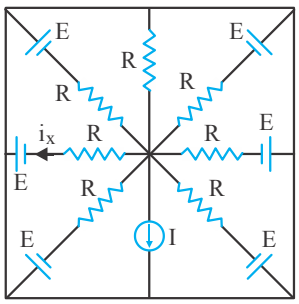
۴) معادل تونن ندارد.

۳۰- در مدار زیر شبکه N متشکل از مقاومت‌های خطی مثبت است. کدامیک از گزینه‌های زیر می‌تواند ولتاژ V را نشان دهد. $(R > ۰)$ (سراسری ۸۴-۸۳)



۱) $\frac{۲R}{R+۱}$
۲) $\frac{۲R+۱}{R+۱}$
۳) $\frac{۷R}{۲R+۳}$
۴) $\frac{۴R+۱}{۳R+۱}$

۳۱- مقدار جریان i_x را بدست آورید؟ $(E = ۱۰V, I = ۱A\ ,\ R = ۱۰\Omega)$ (سراسری ۸۴-۸۳)



۱) ۰
۲) ۴^{A}
۳) ۲^{A}
۴) $۳ / ۴^{A}$

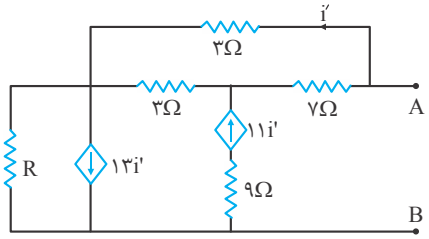
۳۲- مقاومت معادل بین دو سر A و B مدار داده شده در شکل مقابل کدام است؟ (سراسری ۸۵-۸۴)

۱) $3R + 3/2$

۲) $2R - 1/5$

۳) $1/4R + 3$

۴) $2/4R + 3$



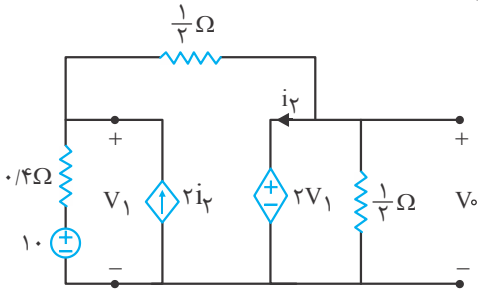
۳۳- ولتاژ خروجی V_0 در مدار شکل مقابل کدام است؟ (سراسری ۸۵-۸۴)

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۸



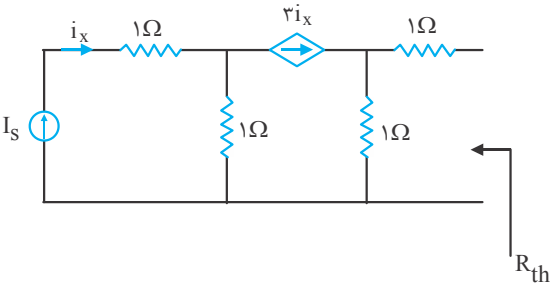
۳۴- مقاومت معادل تونن مدار شکل مقابل کدام است؟ (سراسری ۸۶-۸۵)

۱) 1Ω

۲) $1\frac{1}{3}\Omega$

۳) $1/5\Omega$

۴) 2Ω



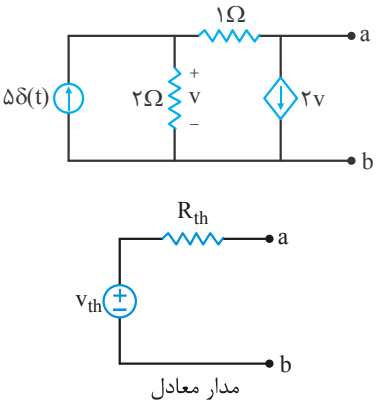
۳۵- مدار معادل تونن مدار زیر برابر است با: (سراسری ۸۷-۸۶)

۱) $v_{th} = \delta(t), R_{th} = 2\Omega$

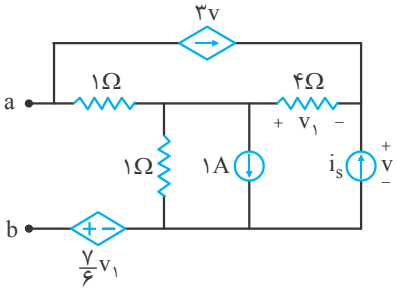
۲) $v_{th} = 2\delta(t), R_{th} = 3\Omega$

۳) $v_{th} = -2\delta(t), R_{th} = \frac{3}{5}\Omega$

۴) $v_{th} = -\delta(t), R_{th} = \frac{3}{5}\Omega$

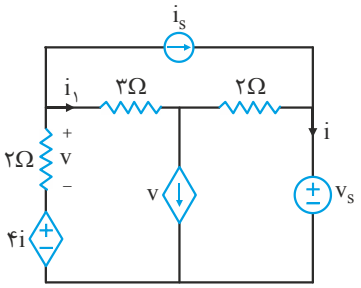


۳۶- مقاومت معادل از دو سر a و b چند اهم است؟ (سراسری ۸۷-۸۶)



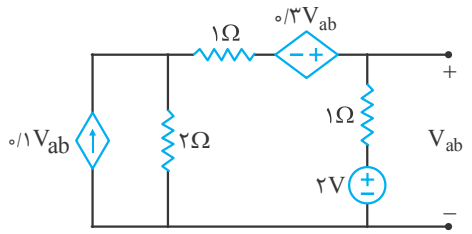
۱) $\frac{۵}{۱۱}\Omega$
۲) ۱Ω
۳) ۳Ω
۴) $\frac{۳۹}{۱۱}\Omega$

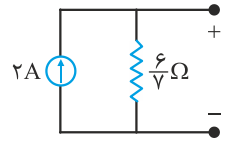
۳۷- اگر در مدار شکل زیر $i = ۲i_۱$ باشد مقدار $\frac{v_s}{i_s}$ برابر است با: (سراسری ۸۷-۸۶)

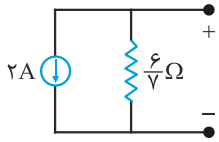


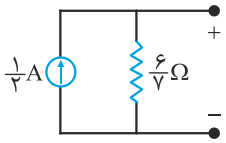
۱) $-\frac{۱}{۳}$
۲) $-\frac{۱}{۲}$
۳) ۲
۴) ۳

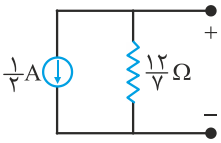
۳۸- مدار معادل نورتن دیده شده از دو سر ab در مدار داده شده کدام است؟ (ابزار دقیق ۸۸-۸۷)



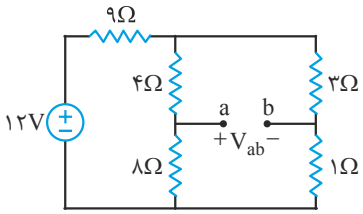
۱)


۲)


۳)


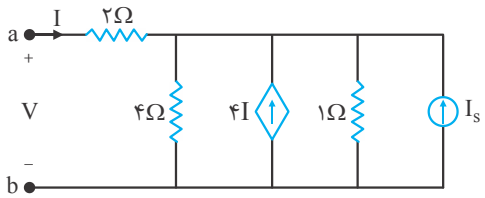
۴)


۳۹- در مدار شکل مقابل مقدار V_{ab} چند ولت است؟ (ابزار دقیق ۸۹-۸۸)



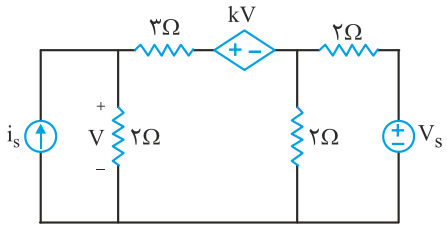
۱) ۱/۲۵
۲) ۱/۷۵
۳) ۲/۵
۴) ۳/۲۵

۴۰- پارامترهای مدار معادل تونن از دو سر a و b کدام است؟ (ابزار دقیق ۸۹-۸۸)



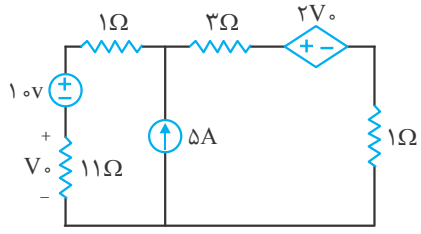
۱) $V_{oc}=\frac{۴}{۵}I_s \quad , \quad R_{eq}=۴\Omega$
۲) $V_{oc}=\frac{۴}{۵}I_s \quad , \quad R_{eq}=۶\Omega$
۳) $V_{oc}=\frac{۵}{۴}I_s \quad , \quad R_{eq}=۶\Omega$
۴) $V_{oc}=\frac{۵}{۴}I_s \quad , \quad R_{eq}=۴\Omega$

۴۱- در مدار زیر به ازای چه مقدار k ولتاژ V ناشی از i_s، برابر نصف آن می‌شود؟ (سراسری ۹۰-۸۹)



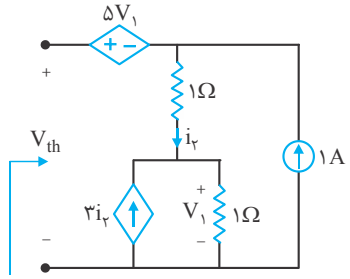
۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۱
۳) -۵
۴) هیچ مقدار k، چون این مدار جواب یگانه ندارد.

۴۲- در مدار شکل زیر منبع جریان ۵ آمپری را با چه عنصری می‌توان جایگزین نمود بـه گونـه‌ای که جریان و ولتاژ شاخه‌ها هیچ تغییری نکنند؟ (سراسری ۹۰-۸۹)



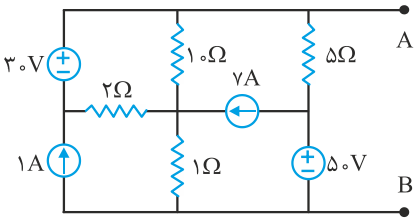
۱) مقاومت ۲ اهمی
۲) منبع ولتاژ ۵ ولتی
۳) مقاومت ۶ اهمی
۴) منبع ولتاژ ۱۵ ولتی

۴۳- منبع ولتاژ V_{th} و مقاومت R_{th} برای مدار معادل تونن مدار زیر به ترتیب از راست بـه چـپ چند ولت و چند اهم است؟ **(ابزار دقیق ۹۰-۸۹)**



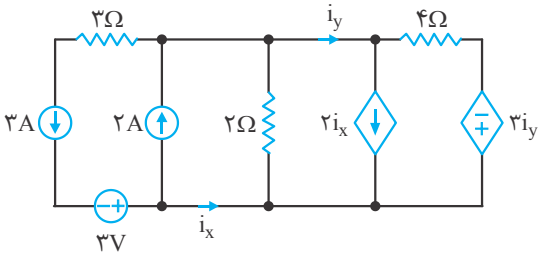
۱) ۲ و ۵
۲) ۵ و ۲
۳) ۲۰ و ۲۰
۴) ۲۵ و ۲۵

۴۴- مقادیر V_{th} و R_{th} در مدار معادل تونن دیده شده در سرهای A و B مـدار شـکل زیـر بـه ترتیب چند ولت و چند اهم است؟ **(ابزار دقیق ۹۰-۸۹)**



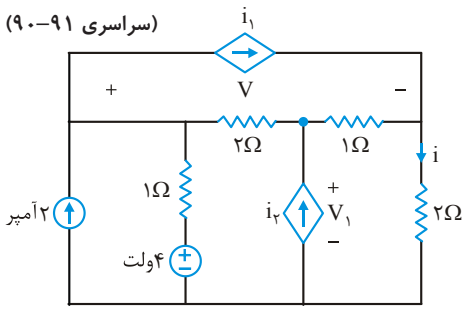
۱) ۴۰، $\frac{۲۰}{۲۳}$
۲) ۴۰، $\frac{۴۰}{۲۳}$
۳) ۵۰، $\frac{۴۰}{۲۳}$
۴) ۶۰، $\frac{۲۰}{۲۳}$

۴۵- در مدار شکل زیر، جریان i_y چند آمپر است؟ **(ابزار دقیق ۹۰-۸۹)**



۱) ۲-
۲) $-\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) ۲

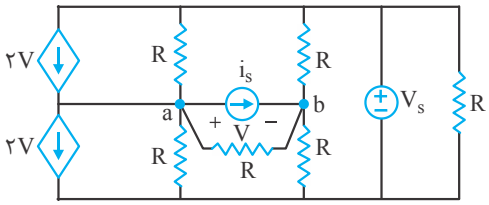
۴۶- در مدار زیر منابع جریان وابسته به صـورت $i_۱ = v_۱$ و $i_۲ = v$ اسـت. جریـان i چنـد آمپـر است؟ **(سراسری ۹۱-۹۰)**



۱) ۴-
۲) ۲-
۳) ۱
۴) ۲

۴۷- چه مقاومتی از دو سر منبع جریان مستقل i_s (از دو نقطه a و b) دیده می‌شود؟

(سراسری ۹۱-۹۰)



۱) $\frac{R}{۲}$

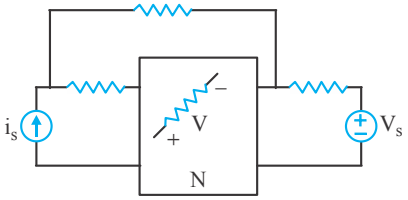
۲) R

۳) $۲R$

۴) $۳R$

۴۸- در مدار مقاومتی خطی با جواب یگانه و با منابع مستقل $V_s = ۲ + \cos t$ و آمپر $i_s = ۳$، ولتاژ V در داخل N برابر $\frac{۱}{۲}\cos t + ۳$ است. بدون تغییر v_s، مقدار i_s را چند برابر کنیم تا بیشترین مقدار V برابر ۵ ولت شود؟

(سراسری ۹۱-۹۰)



۱) $\frac{۱}{۲}$

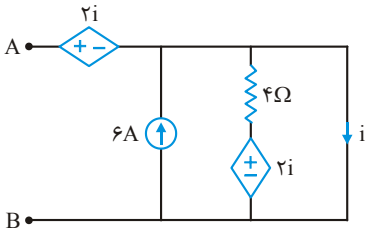
۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۷}{۴}$

۴) ۲

۴۹- در مدار شکل مقابل ولتاژ (V_T) و مقاومت معادل (R_T) تونن، به ترتیب برحسب ولت و اهم کدام است؟

(ابزار دقیق ۹۱-۹۰)



۱) ۸ و ۶

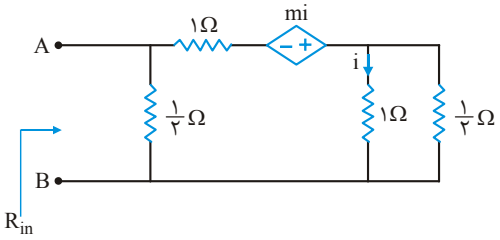
۲) ۱۲ و ۶

۳) ۱۶ و ۲

۴) ۲۴ و ۴

۵۰- در مدار شکل مقابل به ازای کدام مقدار m مقاومت دیده شده R_{in} از سرهای A و B منفی خواهد شد؟

(ابزار دقیق ۹۱-۹۰)



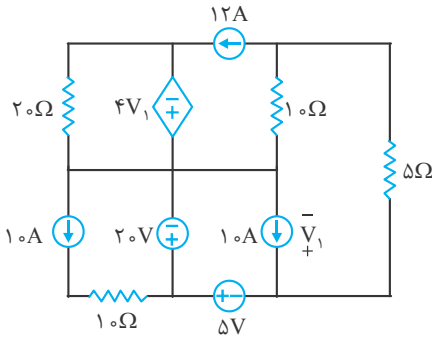
۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

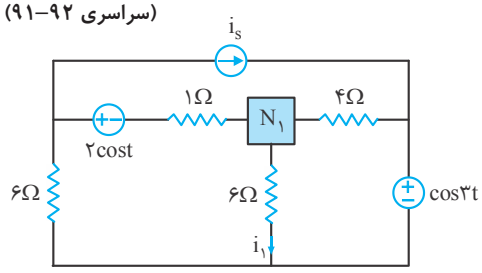
۴) ۶

۵۱- توان منبع ولتاژ وابسته موجود در مدار مقابل برحسب وات چقدر است؟ **(ابزار دقیق ۹۱-۹۰)**



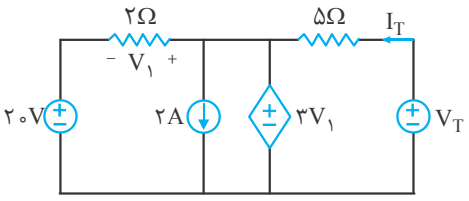
۱) ۹۰۰-
۲) ۵۴۰
۳) ۱۲۰۰
۴) ۱۵۰۰-

۵۲- در مدار مقاومتی خطی با جواب یگانه زیر، اگر $i_s = 5\sin 2t + 4$ آمپر باشد، در جریان i_1 یکی از جملات برابر $-\frac{1}{5}\cos t$ است. جمله ثابت در i_1 کدام است؟ (N_1 بدون منابع مستقل است) **(سراسری ۹۲-۹۱)**



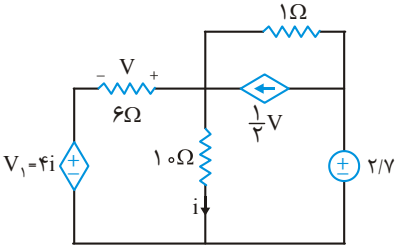
۱) ۶-
۲) ۲/۴-
۳) ۰/۴-
۴) ۴

۵۳- در مدار روبه‌رو، رابطهٔ V_T و I_T، کدام است؟ (V_T برحسب ولت و I_T برحسب آمپر است.) **(ابزار دقیق ۹۲-۹۱)**



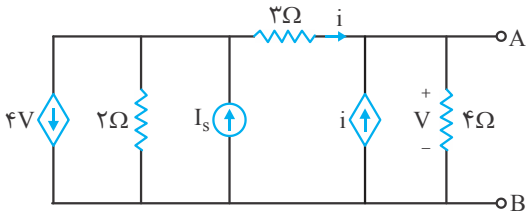
۱) $V_T = 3I_T + 20$
۲) $V_T = 5I_T + 30$
۳) $V_T = 7I_T + 10$
۴) $V_T = 7I_T + 20$

۵۴- در مدار شکل مقابل توان منبع ولتاژ وابسته V_1 چند وات است؟ **(ابزار دقیق ۹۳-۹۲)**



۱) ۰/۳
۲) ۰/۳۶
۳) ۱/۲
۴) ۳/۰

۵۵- در مدار معادل تونن دیده شده در سرهای A و B ولتاژ تونن V_{th} و مقاومت تونن R_{th} بترتیب از راست به چپ چند ولت و اهم است؟ **(ابزار دقیق ۹۳-۹۲)**



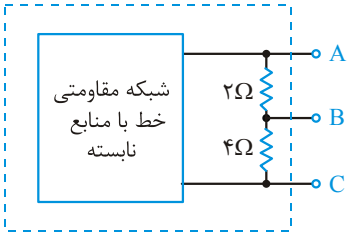
۱) $\frac{۹}{۲۵}, \frac{۲۴}{۲۵}$

۲) $\frac{۲۴}{۲۵}, \frac{۹}{۲۵} I_s$

۳) $\frac{۴}{۲۳۱}, \frac{۲۲}{۲۳۱} I_s$

۴) $\frac{۶۰}{۲۳۱}, \frac{۴۸}{۲۳۱} I_s$

۵۶- در مدار شکل زیر، اگر بین A و B را اتصال کوتاه کنیم جریان ۲^A از A به B می‌گذرد. و اگر بین B و C را اتصال کوتاه کنیم جریان ۳^A از B به C می‌گذرد. شبکه معادل تونن دیده شده (V_{th}, R_{th}) از سرهای A و B به ترتیب از راست به چپ چند اهم و ولت است؟ **(سراسری ۹۴-۹۳)**



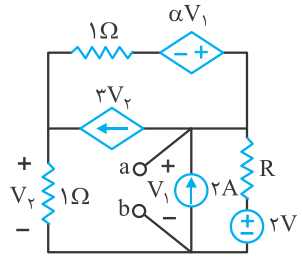
۱) ۳ , $\frac{۳}{۲}$

۲) ۱۲ , ۲

۳) ۲ , ۳

۴) ۴ , ۳

۵۷- در مدار زیر، به ازای چه مقدار α، مقاومت معادل دیده شده از دو سر a و b به صورت $R_{th} = R$ است؟ **(سراسری ۹۵-۹۴)**



۱) $\alpha = ۰$

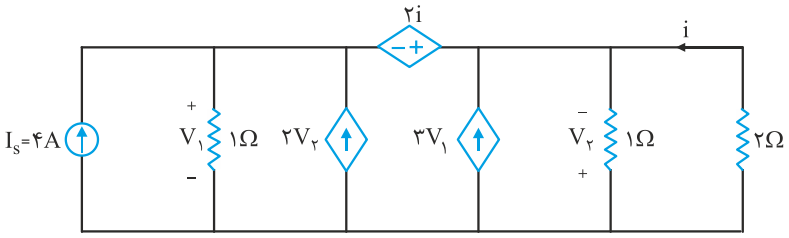
۲) $\alpha = \frac{۱}{۲}$

۳) $\alpha = ۱$

۴) تمامی مقادیر $\alpha \neq ۰$

۵۸- در مدار روبه‌رو، منبع جریان مستقل I_s، توانی برابر چند وات تولید یا مصرف می‌کند؟

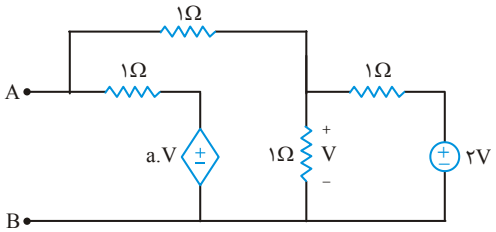
(ابزاردقیق ۹۵-۹۴)



۱) ۳۲ وات تولید می‌کند.
۲) ۳۲ وات مصرف می‌کند.
۳) ۶۴ وات تولید می‌کند.
۴) ۶۴ وات مصرف می‌کند.

۵۹- در مدار روبه‌رو، اگر a به سمت بی‌نهایت برود در مدار معادل تونن دیده شده در سرهای A و B، R_{th} بر حسب اهم و V_{th} برحسب ولت، کدام است؟

(ابزاردقیق ۹۵-۹۴)

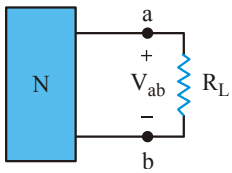


۱) $v_{th} = ۲ \ , \ R_{th} = ۱$
۲) $v_{th} = -۲ \ , \ R_{th} = ۰$
۳) $v_{th} = ۱ \ , \ R_{th} = ۰$
۴) $v_{th} = -۱ \ , \ R_{th} = ۱$

۶۰- مدار یک قطبی N خطی و تغییرناپذیر با زمان بوده و برای سه مقدار R_L ولتاژ V_{ab} اندازه‌گیری شده است. امپدانس دیده شده در سرهای a و b چند اهم است؟

(ابزاردقیق ۹۵-۹۴)

R_L اهم	∞	۳	۱۴
$V_{ab}(rms)$ ولت	۱۳	۳	۹/۱



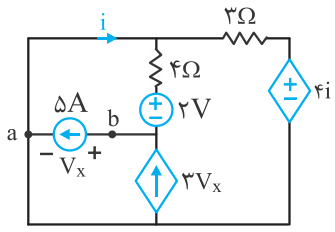
۱) ۲
۲) ۱۲
۳) $۱۲ + j۲$
۴) $۲ + j۱۲$

۶۱- کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(دکتری ۹۵-۹۴)

۱) یک مدار متشکل از عناصر مدل (مداری)، می‌تواند بی‌نهایت جواب داشته باشد.
۲) یک مدار متشکل از عناصر واقعی (فیزیکی)، می‌تواند بی‌نهایت جواب داشته باشد.
۳) جواب‌های یک مدار واقعی، الزاماً با جواب‌های مدار معادل ایده‌آل آن یکی نیست.
۴) یک مدار متشکل از عناصر مدل (مداری)، می‌تواند جواب نداشته باشد.

۶۲- در مدار زیر، مقاومت دیده شده از a و b، چند اهم است؟ (دکتری ۹۵-۹۴)



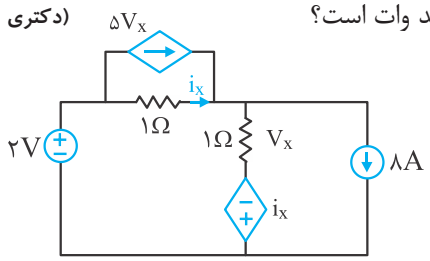
۱) ۳

۲) -۴

۳) $\frac{۱}{۱۱}$

۴) $-\frac{۴}{۱۱}$

۶۳- در مدار زیر، توان منبع ولتاژ ۲ ولتی، چند وات است؟ (دکتری ۹۵-۹۴)



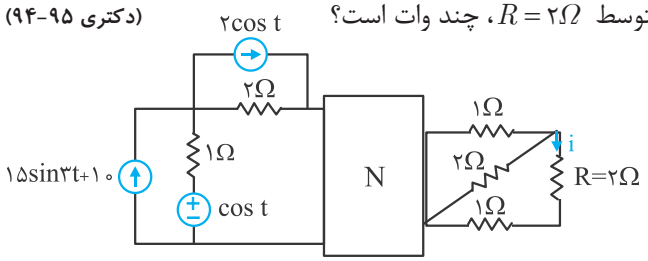
۱) ۱۰

۲) ۵

۳) ۴۰

۴) ۲۰

۶۴- در مدار زیر «N» شامل مقاومت‌های خطی و بدون منابع مستقل است. اگر جملهٔ ثابت i، برابر ۲ آمپر باشد، توان متوسط $R=۲\Omega$، چند وات است؟ (دکتری ۹۵-۹۴)



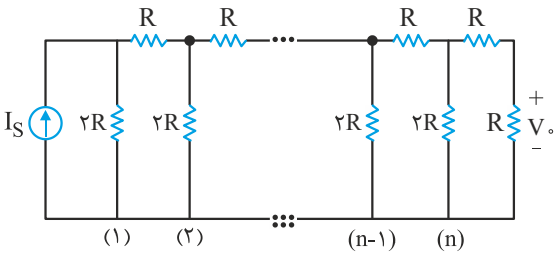
۱) ۱۵

۲) ۱۴

۳) ۱۸

۴) ۱۰

۶۵- در مدار نردبانی زیر حداکثر تعداد n چقدر باشد، تا ولتاژ $V_۰$ در انتهای مدار کمتر از $۲۰mV$ نشود؟ ($R=۱k\Omega$ و $I_s=۱۰mA$) (دکتری ۹۶-۹۵)



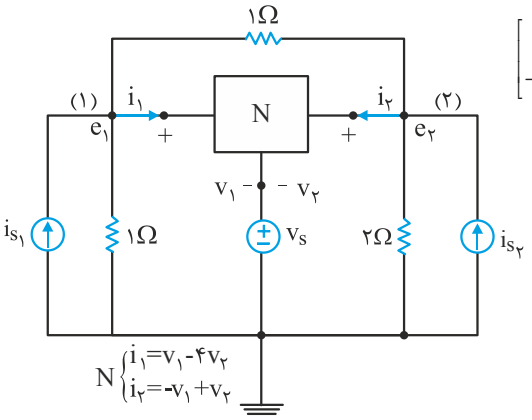
۱) $n=۶$

۲) $n=۷$

۳) $n=۸$

۴) $n=۹$

۶۶- در مدار زیر، روابط مقاومت سه سر N به صورت زیر داده شده است. معادلات گره مدار، کدام است؟ **(دکتری ۹۶-۹۵)**



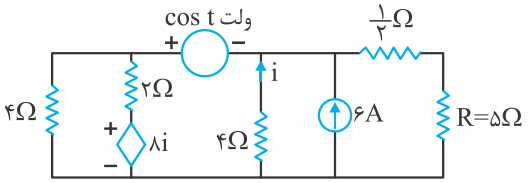
۱) $\begin{bmatrix} ۳ & -۵ \\ -۲ & ۲/۵ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_۱ \\ e_۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۳V_s + i_{s_۱} \\ i_{s_۲} \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} ۳ & -۵ \\ -۲ & ۲/۵ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_۱ \\ e_۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{s_۱} + ۴V_s \\ i_{s_۲} \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ -۱ & ۱/۵ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_۱ \\ e_۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{s_۱} + V_s \\ i_{s_۲} \end{bmatrix}$

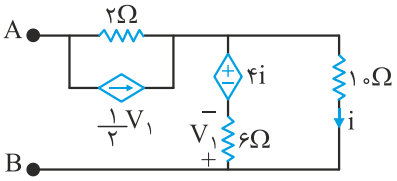
۴) $\begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ -۱ & ۱/۵ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_۱ \\ e_۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{s_۱} + ۴V_s \\ i_{s_۲} \end{bmatrix}$

۶۷- در مدار زیر، مقدار جدید R چند اهم باشد، تا جریان آن نصف شود؟ **(سراسری ۹۷-۹۶)**



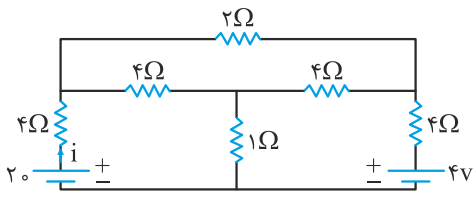
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۱۰
۴) ۱۱

۶۸- در مدار زیر، مقاومت دیده شده بین سرهای A و B، چند اهم است؟ **(ابزاردقیق ۹۸-۹۷)**



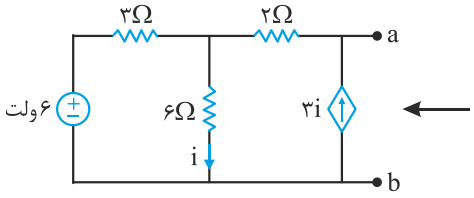
۱) ۲
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۰

۶۹- در مدار مقاومتی زیر، جریان i چند آمپر است؟ **(دکتری ۹۸-۹۷)**



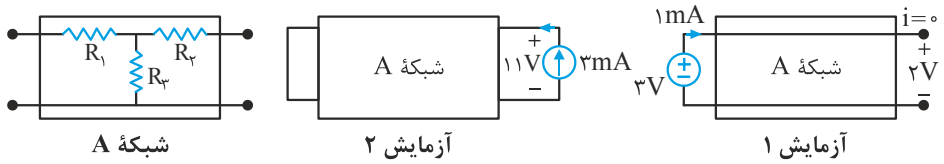
۱) ۲/۵
۲) ۳/۷
۳) $\frac{۴۳}{۱۵}$
۴) $\frac{۵۳}{۱۵}$

۷۰- مدار معادل شکل زیر از دو سر b و a کدام است؟ (دکتری ۹۸-۹۷)



۱) یک منبع جریان نابسته
۲) یک منبع ولتاژ نابسته
۳) یک مقاومت
۴) یک منبع ولتاژ سری با یک مقاومت

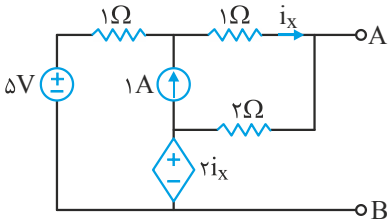
۷۱- شبکهٔ مقاومتی A را در دو آزمایش زیر در نظر بگیرید. مقادیر مقاومت‌ها، کدام است؟ (ابزاردقیق ۹۹-۹۸)



شبکهٔ A — آزمایش ۲ — آزمایش ۱

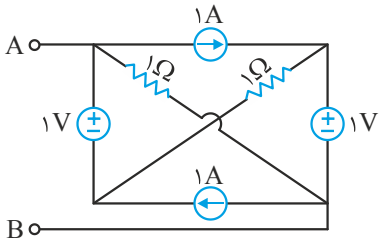
۱) $R_1 = 1k\Omega\ ,\ R_2 = 2k\Omega\ ,\ R_3 = 3k\Omega$
۲) $R_1 = 1k\Omega\ ,\ R_2 = 3k\Omega\ ,\ R_3 = 2k\Omega$
۳) $R_1 = 3k\Omega\ ,\ R_2 = \frac{11}{3}k\Omega\ ,\ R_3 = 0k\Omega$
۴) $R_1 = 2k\Omega\ ,\ R_2 = 3k\Omega\ ,\ R_3 = 1k\Omega$

۷۲- معادل تونن مدار زیر از دو سر A و B ، کدام است؟ (ابزاردقیق ۹۹-۹۸)



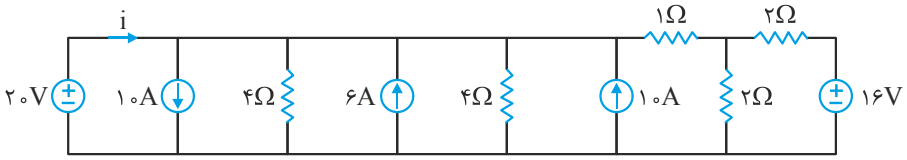
۱) $V_{th} = 6V\ ,\ R_{th} = \frac{3}{2}\Omega$
۲) $V_{th} = 6V\ ,\ R_{th} = \frac{2}{3}\Omega$
۳) $V_{th} = 4V\ ,\ R_{th} = \frac{3}{2}\Omega$
۴) $V_{th} = 4V\ ,\ R_{th} = \frac{3}{2}\Omega$

۷۳- در مدار زیر نسبت مقاومت معادل تونن از دو سر A و B ، به ولتاژ مدار بـاز دو سـر A و B ، کدام است؟ (ابزاردقیق ۹۹-۹۸)



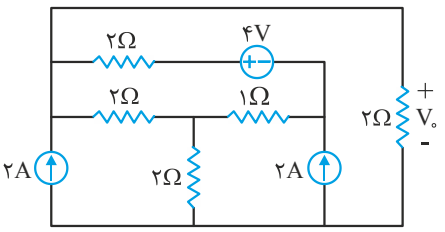
۱) ۱
۲) $\frac{1}{2}$
۳) ۲
۴) $\frac{1}{4}$

۷۴- در مدار زیر جریان i، چند آمپر است؟ (ابزاردقیق ۹۹-۹۸)



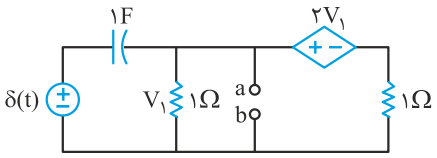
۱) ۱۰ ۲) ۱۴ ۳) ۱۶ ۴) ۲۱

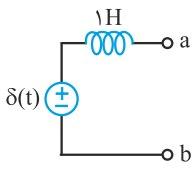
۷۵- ولتاژ خروجی V_o در مدار زیر، چند ولت است؟ (سراسری ۹۹-۹۸)

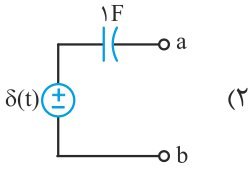


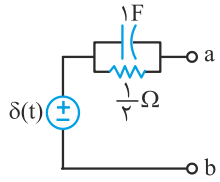
۱) $\frac{۲۴}{۱۳}$
۲) $\frac{۳۲}{۱۳}$
۳) $\frac{۴۸}{۱۳}$
۴) $\frac{۶۴}{۱۳}$

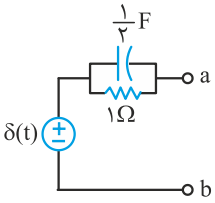
۷۶- مدار معادل تونن حالت صفر از دو سر a، b مدار زیر، کدام گزینه می‌تواند باشد؟ (سراسری ۹۹-۹۸)



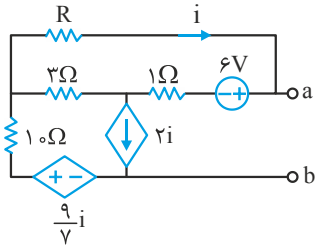
۱)


۲)


۳)


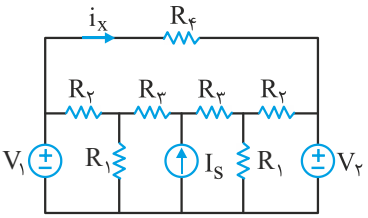
۴)


۷۷- مدار R در مدار زیر چند اهم انتخاب شود تا مدار از دو سر a و b معادل با یک منبع جریان ایدئال باشد؟ **(دکتری ۹۹-۹۸)**



۱) ۰
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۴

۷۸- در مدار زیر، اگر $V_۱ = ۲V$ و $V_۲ = ۵V$ باشد، آنگاه $i_x = ۶A$ خواهد بود. مقدار i_x هنگامی که $V_۱ = ۳V$ و $V_۲ = ۴V$ باشد، چند آمپر خواهد بود؟ **(دکتری ۹۹-۹۸)**



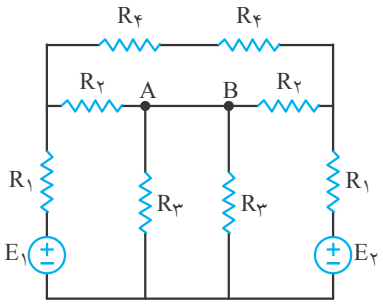
۱) ۲
۲) ۳
۳) ۵
۴) ۲-

- سؤال‌های تألیفی -

۱- مشخصه ولتاژ- جریان یک مقاومت به صورت $V(t) = ((R_a + R_b \cos ۲\pi f(t))i(t)$ می‌باشد، کدام توصیف برای این مقاومت صحیح است؟ $(R_a > R_b > ۰)$

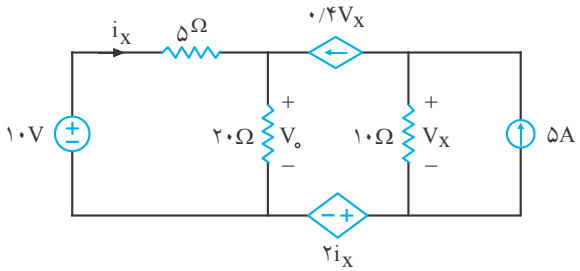
۱) خطی تغییرپذیر با زمان
۲) غیرخطی تغییرپذیر با زمان
۳) یک طرفه
۴) غیرخطی تغییرناپذیر با زمان

۲- در مدار شکل زیر جریان گذرنده از شاخه AB کدام است؟



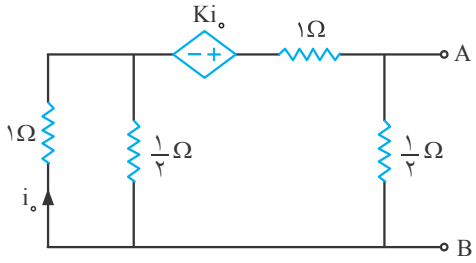
۱) $\frac{E}{R_۱ + R_۲ + R_۳}$
۲) $\frac{۲E}{R_۱ + R_۲ + R_۳}$
۳) $\frac{E}{۲(R_۱ + R_۲ + R_۳ + R_۴)}$
۴) صفر

۳- در مدار شکل زیر $V_۰$ کدام است؟



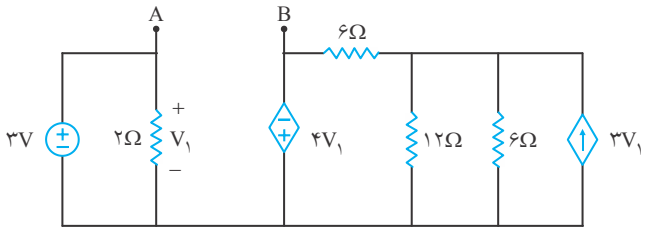
۱) ۸
۲) ۱۶
۳) صفر
۴) ۲۴

۴- در مدار روبرو K را چنان تعیین کنید که مقاومت دیده شده در دو سر $A - B$ برابر صفر گردد؟



۱) $K = ۰$
۲) $K = ۲$
۳) $K = ۴$
۴) $K = ۳$

۵- در مدار روبرو از دو سر A-B ولتاژ تونن و مقاومت تونن به ترتیب کدامند؟



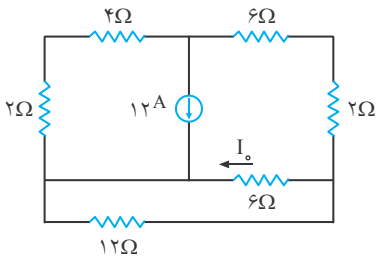
۱) $۳\Omega, ۱۵V$

۲) $۵\Omega, ۱۰V$

۳) $۵\Omega, ۱۵V$

۴) $۳\Omega, ۱۰V$

۶- در مدار زیر I_o کدام است؟



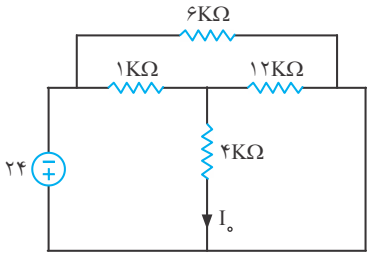
۱) $\frac{۸}{۳}$

۲) $\frac{۴}{۳}$

۳) $-\frac{۸}{۳}$

۴) $-\frac{۴}{۳}$

۷- در مدار زیر I_o کدام است؟



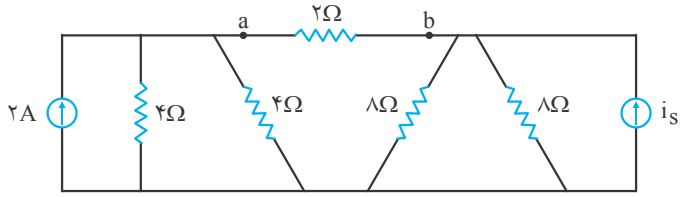
۱) $-۶mA$

۲) $۴/۵mA$

۳) $۶mA$

۴) $-۴/۵mA$

۸- در مدار زیر اگر $V_{ab} = ۳V$ باشد مقدار i_s کدام است؟



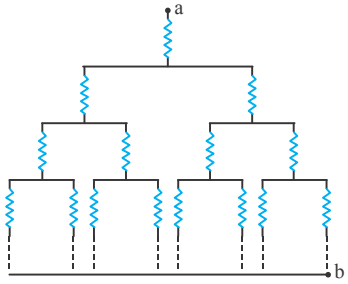
۱) -۳

۲) -۲

۳) ۳

۴) ۲

۹- تمام مقاومتهای شبکه بی نهایت شکل روبرو R هستند مقاومت بین A و B کدام است؟



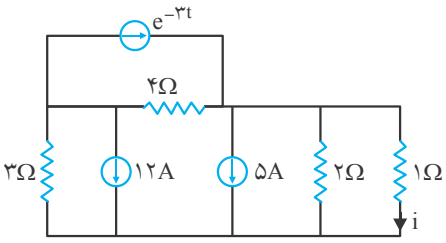
۱) $۳R$

۲) $۲R$

۳) $\frac{R}{۲}$

۴) بی‌نهایت

۱۰- در مدار زیر i کدام است؟



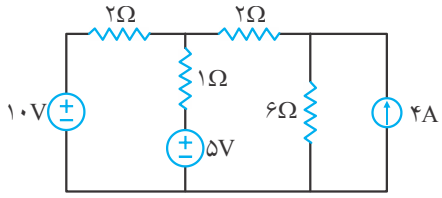
۱) $-\frac{۸}{۲۳}e^{-۳t}-\frac{۱۴۲}{۳۲}$

۲) $-\frac{۸}{۲۳}e^{-۳t}+\frac{۱۴۲}{۲۳}$

۳) $\frac{۸}{۲۳}e^{-۳t}-\frac{۱۴۲}{۲۳}$

۴) $\frac{۸}{۲۳}e^{-۳t}+\frac{۱۴۳}{۲۳}$

۱۱- توانی که منبع ۴ آمپری می‌دهد کدام است؟



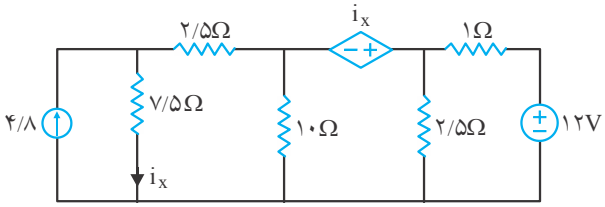
۱) ۱۲

۲) ۴۸

۳) ۸۴

۴) ۲۱

۱۲- توانی که مقاومت ۱۰ اهمی در مدار مصرف می‌کند کدام است؟



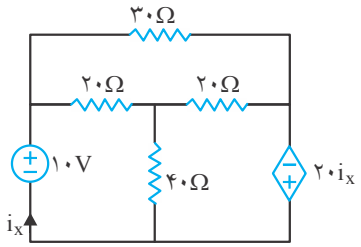
۱) ۶/۴

۲) ۶۴

۳) ۳/۲

۴) ۳۲

۱۳- در مدار زیر i_x کدام است؟



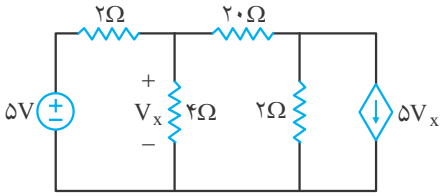
۱) $۳/۲^{A}$

۲) $-۲/۳^{A}$

۳) ۳/۲

۴) -۳/۲

۱۴- در مدار زیر V_x کدام است؟



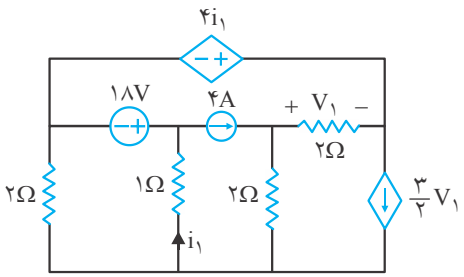
۱) ۲

۲) ۱۶

۳) -۱/۸

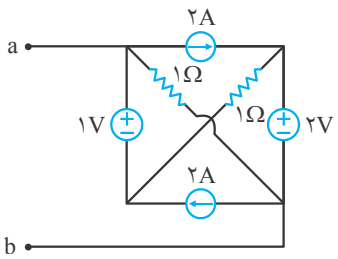
۴) ۱/۵

۱۵- در مدار زیر V_1 کدام است؟



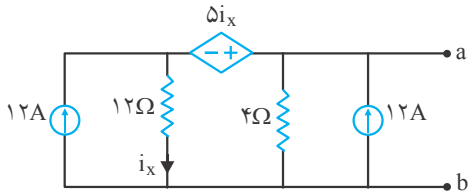
۱) -۱۷
۲) ۱۷
۳) -۷
۴) ۹

۱۶- مقاومت تونن از دو سر a و b کدام است؟



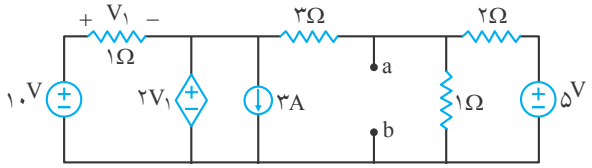
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۰/۵
۴) هیچکدام

۱۷- ولتاژ تونن شبکه از دو سر a و b کدام است؟



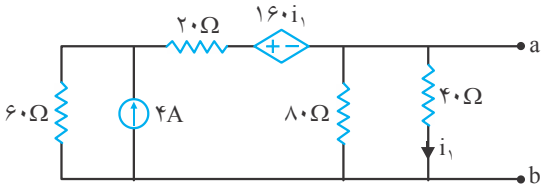
۱) ۷۷/۷۱
۲) ۵۰/۵۷
۳) ۳۵
۴) ۲۵

۱۸- مقاومت تونن از دو سر a و b کدام است؟



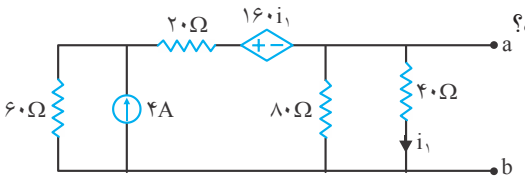
۱) $\frac{۱۱}{۶}$
۲) $\frac{۶}{۱۱}$
۳) $\frac{۲۲}{۶}$
۴) $\frac{۶}{۲۲}$

۱۹- مقاومت تونن از دو سر a و b کدام است؟



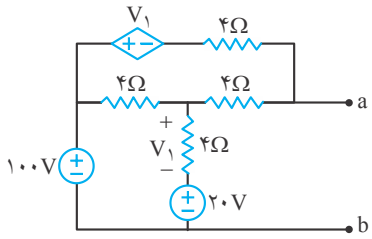
۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) -۱۰
۴) هیچکدام

۲۰- جریان تونن از دو سر a و b کدام است؟



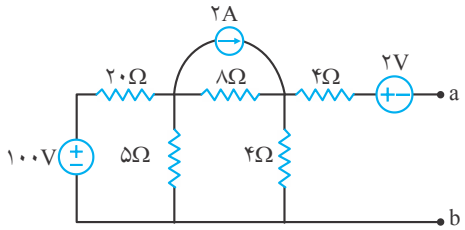
۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۳۰
۴) ۲۵

۲۱- ولتاژ تونن از دو سر a و b کدام است؟



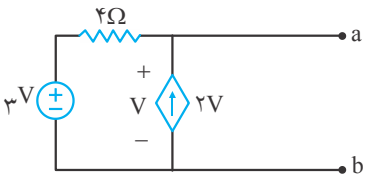
۱) ۲۴۰
۲) ۶۰
۳) ۱۰۰
۴) ۱۲۰

۲۲- جریان نورتون از دو سر a و b کدام است؟



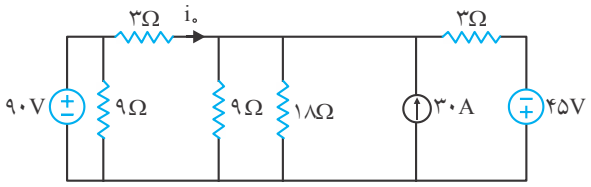
۱) ۱
۲) ۰/۵
۳) ۲
۴) ۷

۲۳- جریان نورتون از دو سر a و b کدام است؟



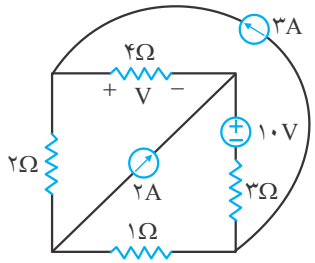
۱) $\frac{۴}{۳}$
۲) ۱
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

۲۴- در مدار زیر i_o کدام است؟



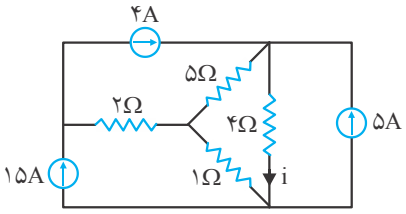
۱) ۱۲
۲) -۱۸
۳) ۱۸
۴) ۶

۲۵- در مدار زیر V کدام است؟



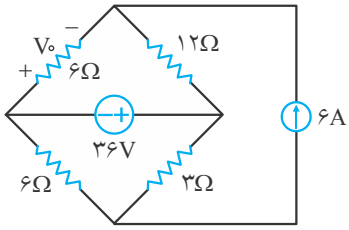
۱) ۳/۶
۲) -۳/۶
۳) ۱/۸
۴) -۷/۲

۲۶- در مدار زیر i کدام است؟



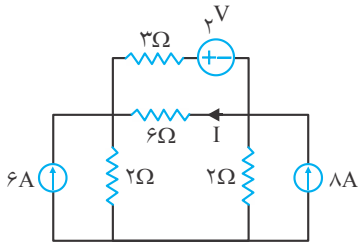
۱) ۸
۲) ۴
۳) ۶/۵
۴) ۱

۲۷- در مدار زیر V_0 کدام است؟



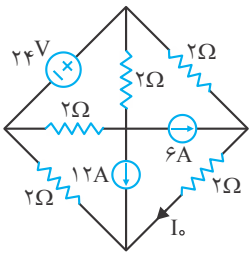
۱) ۶-
۲) ۳۶+
۳) ۶+
۴) ۳۶-

۲۸- در مدار زیر I کدام است؟



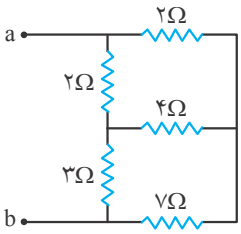
۱) $\frac{۳}{۲۷}$
۲) $\frac{۸}{۷}$
۳) $\frac{۲}{۲۷}$
۴) $\frac{۷}{۸}$

۲۹- I_0 کدام است؟



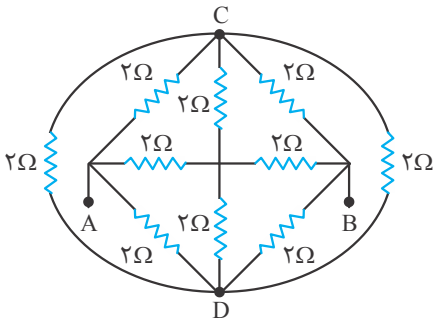
۱) ۴-
۲) ۴
۳) ۲
۴) صفر

۳۰- مقاومت تونن از دو سر a و b کدام است؟



۱) $\frac{۲۰}{۶}$
۲) $\frac{۶}{۱۹}$
۳) $\frac{۶}{۲۰}$
۴) $\frac{۱۹}{۶}$

۳۱- در مدار زیر مقاومت معادل از دید دو نقطه A و B کدام است؟



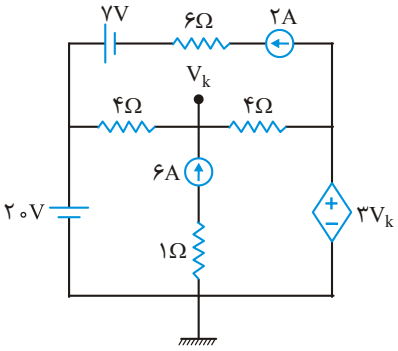
۱) $\frac{۴}{۳}\Omega$

۲) $\frac{۲}{۳}\Omega$

۳) $\frac{۱}{۳}\Omega$

۴) $\frac{۱}{۲}\Omega$

۳۲- در مدار زیر مقدار V_k کدام است؟



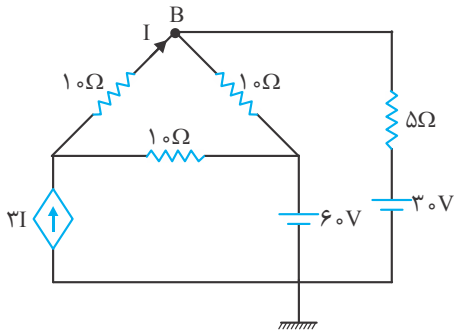
۱) $-۲۲V$

۲) $-۴۴V$

۳) $۲۲V$

۴) $۴۴V$

۳۳- در مدار زیر توان منبع وابسته کدام است؟



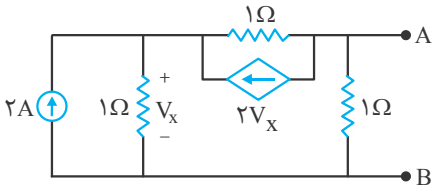
۱) $۰\ W$

۲) $۳۸۴۰W$

۳) $۳۶۴۰W$

۴) $۳۱۴۰W$

۳۴- در مدار شکل مقابل مقاومت تونن از دید A و B کدام است؟



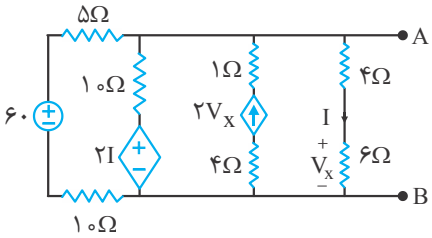
۱) صفر

۲) $\frac{۲}{۳}\Omega$

۳) ۱Ω

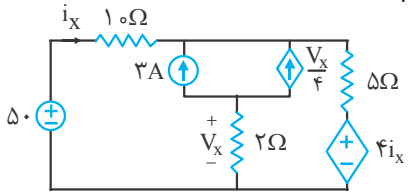
۴) بی‌نهایت

۳۵- در مدار روبرو مقدار I_N کدام است؟



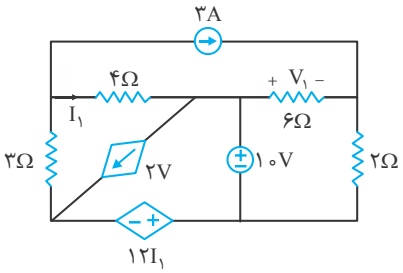
۱) $1A$
۲) $4A$
۳) $2A$
۴) $3A$

۳۶- در مدار زیر مقادیر I_x و V_x به ترتیب کدام است؟



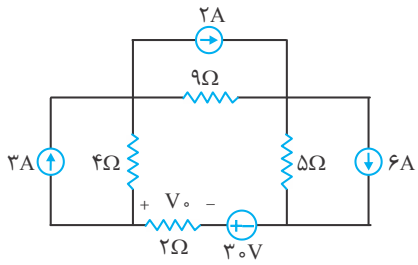
۱) $-3V$ ، $2/1A$
۲) $4V$ ، $1/2A$
۳) $-4V$ ، $2/1A$
۴) $3V$ ، $1/2A$

۳۷- در مدار شکل زیر توانی را که منبع جریان مستقل به مدار تحویل می‌دهد، چند وات است؟



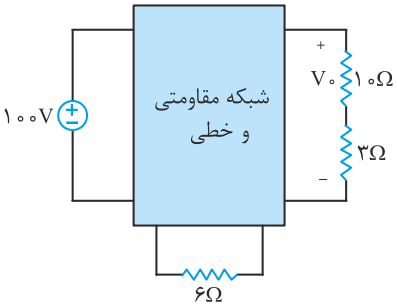
۱) ۱۳
۲) ۸
۳) ۳
۴) ۵

۳۸- در مدار شکل زیر مقدار $V_\circ$ چند ولت است؟



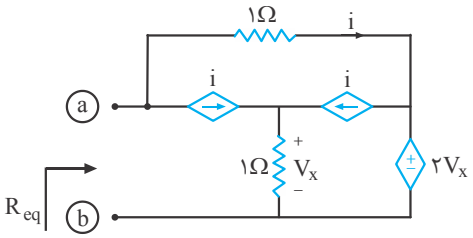
۱) ۲
۲) ۶
۳) ۳
۴) -۹

۳۹- در مدار زیر اگر منبع ولتاژ از ۱۰۰ ولت به ۱۵۰ ولت تغییر کند، ولتاژ $V_\circ$ و توان مقاومت 6Ω به ترتیب چه تغییری دارد؟ $(V_\circ = 30V \ , \ P_{6\Omega} = 100mw)$



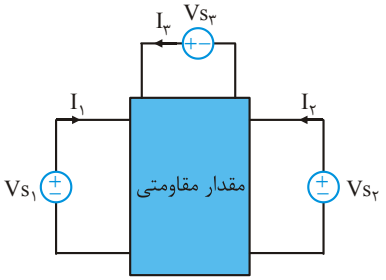
۱) $P_{6\Omega} = 225mw$ ، $V_\circ = 45v$
۲) $P_{6\Omega} = 10\,mw$ ، $V_\circ = 30v$
۳) $P_{6\Omega} = 4/44\,mw$ ، $V_\circ = 20v$
۴) $P_{6\Omega} = 15\,mw$ ، $V_\circ = 20v$

۴۰- در مدار شکل زیر R_{eq} از سری‌های a و b، کدام است؟



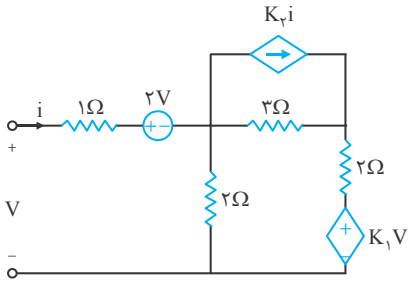
۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) $\frac{۵}{۲}$

۴۱- مدار شکل مقابل با معادلات $\begin{bmatrix} ۱۰a & ۴ & -a \\ ۴a & -۱ & ۰ \\ ۲ & ۰ & -۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_۱ \\ I_۲ \\ I_۳ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Vs_۱ \\ Vs_۲ \\ Vs_۳ \end{bmatrix}$ توصیف می‌شود. امپدانس دیده شده از دو سر منبع $Vs_۲$ کدام است؟



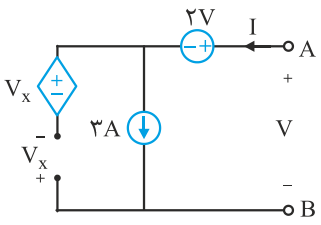
۱) ۲Ω
۲) ۳Ω
۳) -۳
۴) -۲Ω

۴۲- کدام عبارت در مورد مدار زیر صحیح نمی‌باشد؟



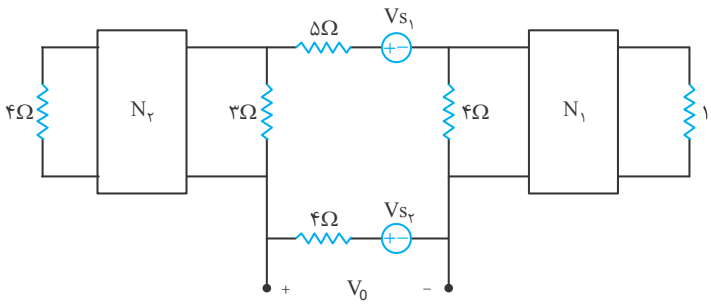
۱) به ازاء $k_۱\neq\frac{۷}{۲}$ مدار روبرو معادل تونن دارد.
۲) به ازاء $k_۲\neq\frac{۱۷}{۶}$ مدار روبرو معادل نورتون دارد.
۳) به ازاء $k_۱=۱$ مقاومت تونن مدار برابر $\frac{۱۱}{۵}$ اهم است.
۴) به ازاء $k_۱=۱$ ولتاژ تونن مدار برابر $\frac{۱۴}{۵}$ ولت است.

۴۳- مکان نقاط کار مدار شکل مقابل کدام است؟



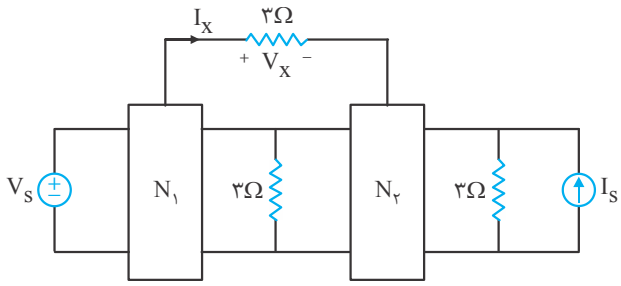
۱) این مدار فقط یک نقطه کار دارد.
۲) تمامی خط $V=۲$ جزو مکان است.
۳) تمامی خط $I=۳$ جزو مکان است.
۴) همه نقاط صفحه $(I-V)$ جزو مکان هستند.

۴۴- در شکل زیر $N_۱$ و $N_۲$ تنها از مقاومت‌های خطی و منابع وابسته خطی تشکیل شده‌اند ولتاژ خروجی برابر است با $V_۰=\frac{۲}{۵}Vs_۱+\beta Vs_۲$ ضریب β کدام است؟



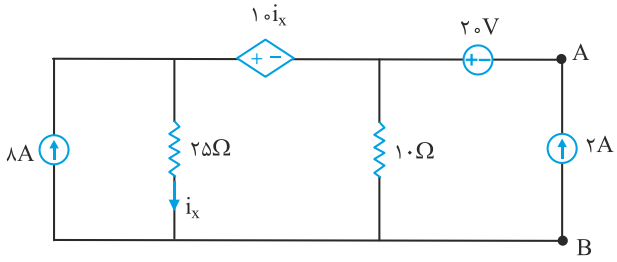
۱) $\beta=۰/۶$
۲) $\beta=۰/۴$
۳) $\beta=۲/۵$
۴) $\beta=-۰/۳$

۴۵- در شکل زیر $N_۱$ و $N_۲$ از مقاومت‌های خطی LTI تشکیل شده‌اند. به ازاء $V_s=۱+Cost$ و $i_s=۳$ جریان $i_x(t=۰)=۱A$ و $i_x(t=\frac{\pi}{۲})=-۱A$ است اگر به ازاء $i_s=۵A$ و $V_s=ACos۲t$ مقدار $V_x(۰)=۵^V$ باشد مقدار A کدام است؟



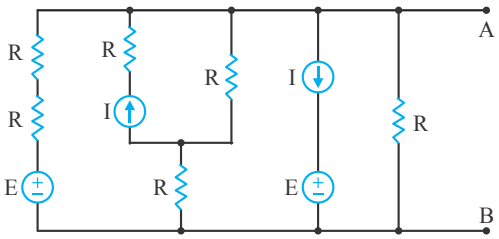
۱) $\frac{۱۰}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۱۰}$
۳) $\frac{۴}{۱۰}$
۴) $\frac{۱۰}{۴}$

۴۶- در مدار شکل زیر منبع جریان ۲ آمپری را با چه عنصری می‌توان جایگزین نمود به گونه‌ای که جریان و ولتاژ شاخه‌ها هیچ تغییری نکند؟



۱) مقاومت ۶ اهمی
۲) مقاومت (-۲۰) اهمی
۳) منبع ولتاژ ۲۸ ولتی
۴) منبع جریان $\frac{۱۴}{۳}$ آمپری

۴۷- مدار معادل تونن متناظر با مدار شکل زیر از دو سر A و B کدام است؟



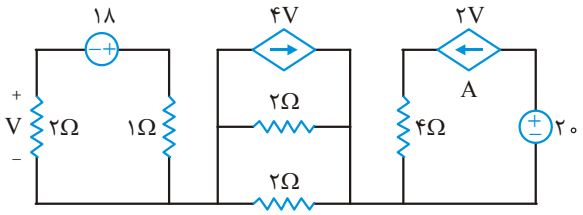
۱) $V_{Th}=\frac{E+RI}{۲}\ ,\ R_{th}=\frac{۶}{۱۳}R$

۲) $V_{Th}=E\ ,\ R_{th}=۲R$

۳) $V_{Th}=\frac{E+RI}{۴}\ ,\ R_{th}=R$

۴) $V_{Th}=\frac{E+RI}{۴}\ ,\ R_{th}=\frac{R}{۲}$

۴۸- در مدار شکل زیر المان A توان ..... وات را ..... می‌کند.



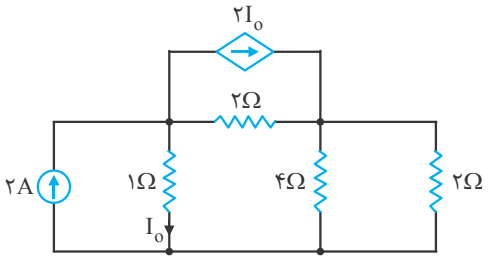
۱) ۲۷۸۴ – مصرف

۲) ۲۷۸۴ - تولید

۳) ۹۶ - مصرف

۴) ۹۶ – تولید

۴۹- در مدار شکل زیر توان مصرفی منبع جریان وابسته، چند وات است؟



۱) ۱/۲۸−

۲) ۱/۲۸+

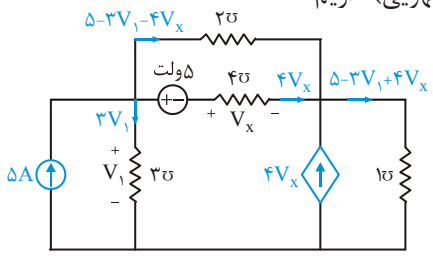
۳) ۰/۶۴

۴) ۰/۶۴−

- پاسخ سؤال‌های سراسری -

۱- گزینه «۱» صحیح است.

ابتدا جریان تمام شاخه‌ها را برحسب V_1 و V_x محاسبه می‌کنیم با اعمال KVL در حلقه بالایی مدار (شامل ۵ ولتی، مقاومت‌های ۴ و ۲ مهویی) داریم:



$$5 + V_x - \frac{(5 - 3V_1 - 4V_x)}{2} = 0$$

$$\rightarrow 10 + 2V_x - 5 + 3V_1 + 4V_x = 0$$

$$5 + 6V_x + 3V_1 = 0 \qquad (1)$$

با اعمال KVL در حلقه وسطی مدار (شامل مقاومت‌های ۳ و ۴ و ۱ مهویی و منبع 5^V) داریم:

$$-V_1 + 5 + V_x + \frac{5 - 3V_1 + 4V_x}{1} = 0$$

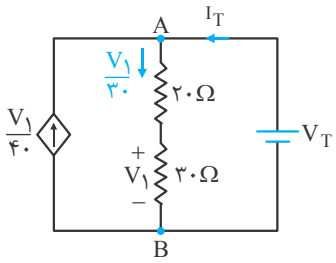
$$\rightarrow -4V_1 + 5V_x + 10 = 0 \rightarrow V_x = \frac{4V_1 - 10}{5} \qquad (2)$$

با جایگذاری رابطه (۲) در رابطه (۱) داریم:

$$5 + 6\left(\frac{4V_1 - 10}{5}\right) + 3V_1 = 0 \rightarrow 25 + 24V_1 - 60 + 15V_1 = 0 \rightarrow 39V_1 = 35 \rightarrow V_1 = \frac{35}{39}$$

۲- گزینه «۲» صحیح است.

برای بدست آوردن مقدار مقاومت تونن دیده شده از دو سر a و b مدار ابتدا منابع مستقل را صفر می‌کنیم. چون این مدار دارای منابع جریان مستقل است بنابراین آنرا اتصال باز می‌کنیم، سپس منبع ولتاژ V_T را دو به سر A و B متصل می‌کنیم و از رابطه $\frac{V_T}{I_T}$ مقدار R_{Th} را مشخص خواهد کرد.



با اعمال KCL در گره A داریم:

$$\frac{V_1}{40} + I_T = \frac{V_1}{30} \rightarrow I_T = \frac{V_1}{30} - \frac{V_1}{40} = \frac{V_1}{120} \rightarrow V_1 = 120 I_T \qquad (1)$$

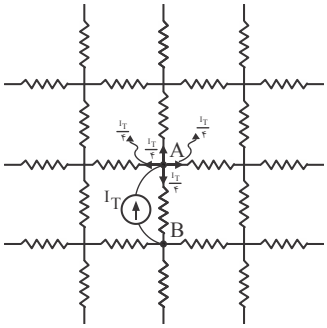
با اعمال KVL در حلقه داریم:

$$V_T = ۲۰ \times \frac{V_۱}{۳۰} + V_۱ = \frac{۵}{۳} V_۱ \qquad (۲)$$

با جایگذاری رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$V_T = \frac{۵}{۳} \times ۱۲۰ I_T \rightarrow V_T = ۲۰۰ I_T \rightarrow R_{\text{Th}} = ۲۰۰\Omega$$

۳- گزینه «۳» صحیح است.



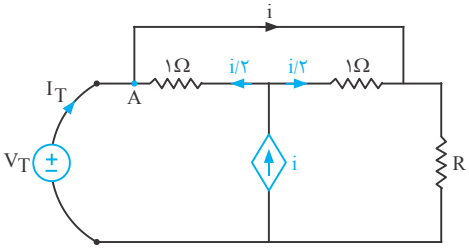
طبق نکته موجود در محاسبهٔ مقاومت تونن در مدارهایی که از هر طرف نامحدود است داریم:

$$R_{th} = \frac{۲(V_{AB} \text{ در اثر وارد شدن جریان به گره } A)}{i_T}$$

که V_{AB} در اثر KVL نوشتن در کوتاهترین مسیر بین A و B می‌باشد

$$\left.\begin{aligned} V_{AB} &= R(\frac{i_T}{۴}) \\ R_{th} &= \frac{۲(V_{AB})}{i_T} \end{aligned}\right\} \Rightarrow R_{th} = \frac{۲(R\frac{i_T}{۴})}{i_T} = \frac{۲R}{۴} = \frac{R}{۲} \xrightarrow{R=۱} R_{th} = \frac{۱}{۲}$$

۴- گزینه «۲» صحیح است.



چون مقاومت‌های یک اهمی با هم موازیند پس جریان هر کدام به صورت $\frac{i}{۲}$ می‌گردد.

با اعمال KVL داریم:

$$V_T = R(i + \frac{i}{۲}) = R(\frac{۳i}{۲}) \quad (۱)$$

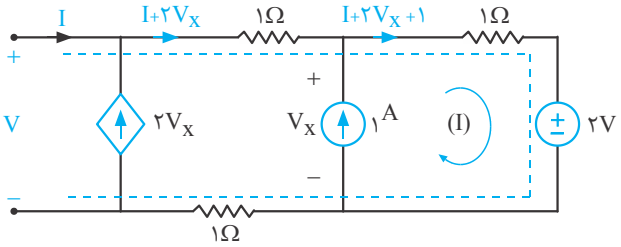
با اعمال KCL در گره A داریم:

$$I_T + \frac{i}{۲} = i \rightarrow I_T = \frac{i}{۲} \quad (۲)$$

از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$V_T = ۳RI_T \rightarrow \frac{V_T}{I_T} = ۳R$$

۵- گزینه «۱» صحیح است.



با اعمال KVL در حلقه (نقطه‌چین) داریم:

$$V = (I + ۲V_x) + (I + ۲V_x + ۱) + ۲ + (I + ۲V_x) \rightarrow V = ۳I + ۶V_x + ۳ \qquad (۱)$$

با اعمال KVL در حلقه (I) داریم:

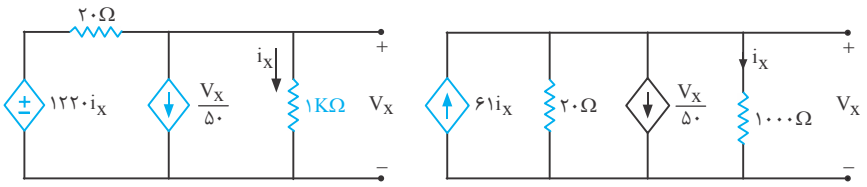
$$V_x = I + ۲V_x + ۱ + ۲ \rightarrow V_x = -I - ۳ \qquad (۲)$$

از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$V = ۳I - ۶I - ۱۸ + ۳ \rightarrow V = -۳I - ۱۵$$

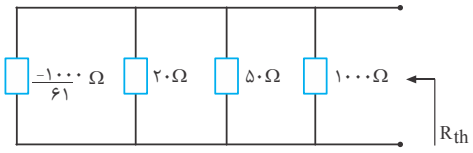
۶- گزینه «۴» صحیح است.

ابتدا منبع وابسته ولتاژ $۱۲۲۰I_x$ را با مقاومت ۲۰ اهمی به منبع جریان موازی با مقاومت تبدیل می‌کنیم.



با جایگذاری مقاومت به جای منابع وابسته داریم:

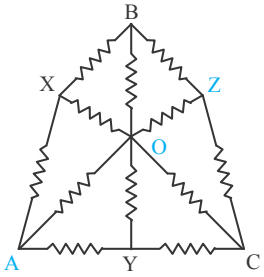
$$\rightarrow V_x = ۱۰۰۰ i_x \quad , \quad R_۱ = \frac{۱۰۰۰ i_x}{-۶۱ i_x} = -\frac{۱۰۰۰}{۶۱} \quad , \quad R_۲ = \frac{V_x}{\frac{V_x}{۵۰}} = ۵۰\Omega$$



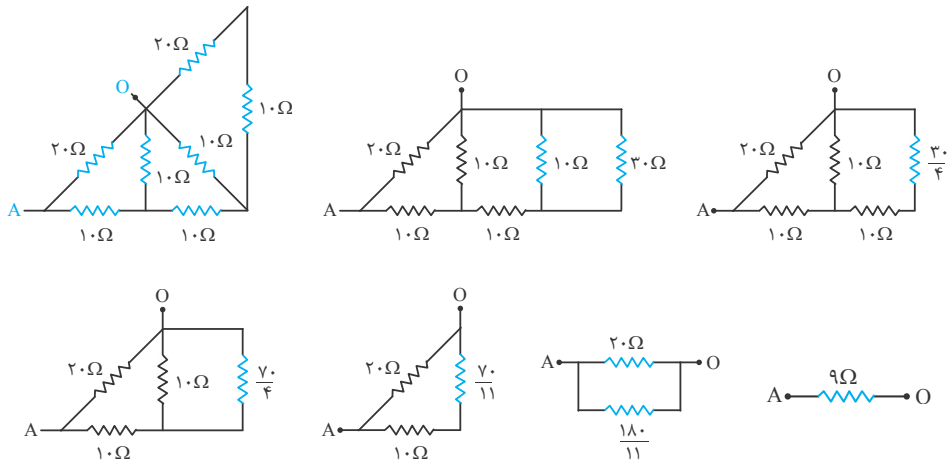
$$R_{Th} = (-\frac{۱۰۰۰}{۶۱} || ۲۰ || ۵۰ || ۱۰۰۰) = ۱۰۰\Omega$$

چون منبع مستقلی در مدار وجود ندارد پس V_{Th} صفر است.

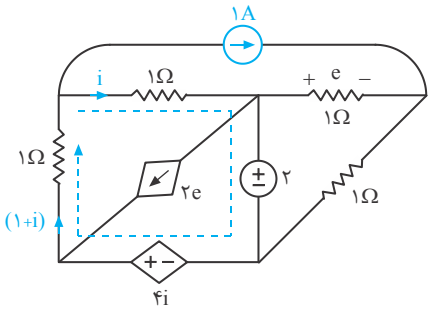
۷- گزینه «۱» صحیح است.



مدار روبرو نسبت به OA متقارن است، نقـاط B و C بـه علت تقارن هم پتانسیل خواهند بود، ضمن این که x و y نیز هم پتانسیل خواهند بود، حال نقاط هم پتانسیل را بر هم منطبق می‌کنیم پس داریم:



۸- گزینه «۱» صحیح است.



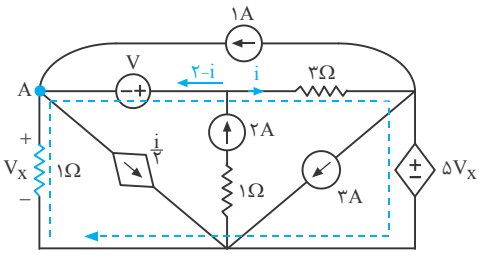
جریـان مقاومـت ۱ اهمـی سـمت چـپ برابـر $i+1$ می‌باشد.

با اعمال KVL در حلقه (نقطه‌چین) داریم:

$$i+2-4i+(1+i)=0$$

$$\rightarrow 3-2i=0 \rightarrow i=1/5$$

۹- گزینه «۲» صحیح است.



با اعمال KVL در حلقه (نقطه‌چین) داریم:

$$-V_x-V+3i+5V_x=0 \rightarrow$$

$$4V_x=V-3i \xrightarrow{V_x=0} V=3i \quad (1)$$

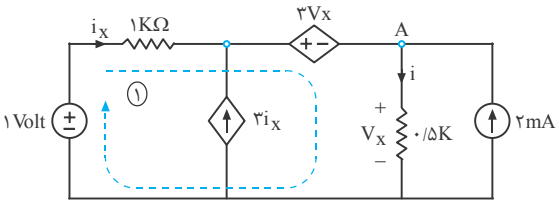
با اعمال KCL در گره A داریم:

$$(۲-i)+۱=\frac{V_x}{۱}+\frac{i}{۲}\xrightarrow{V_x=۰}۳-i=\frac{i}{۲}\rightarrow ۳=\frac{۳}{۲}i\rightarrow i=۲ \qquad (۲)$$

از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$V=۳\times ۲=۶V$$

۱۰- گزینه «۲» صحیح است.



با اعمال KVL در حلقه (نقطه چین) داریم:

$$۱=i_x+۳V_x+V_x\rightarrow ۱=i_x+۴V_x \qquad (۱)$$

با اعمال KCL در گره A داریم:

$$i_x+۳i_x+۲=i\rightarrow ۴i_x=i-۲\rightarrow i_x=\frac{i-۲}{۴} \qquad (۲)$$

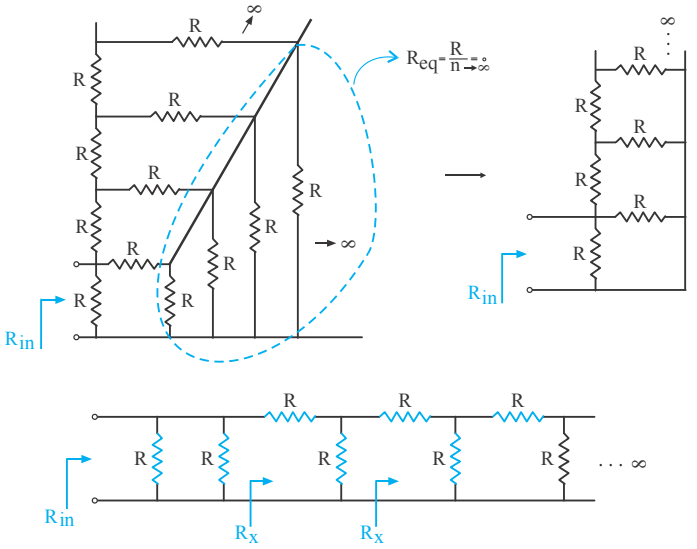
از طرفی داریم:

$$V_x=۰/۵i\rightarrow i=۲V_x \qquad (۳)$$

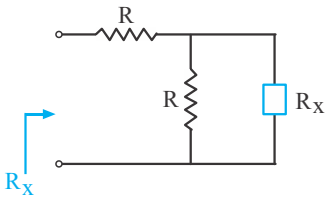
از روابط (۱) و (۲) و (۳) داریم:

$$۱=\frac{i-۲}{۴}+۲i\rightarrow ۴=i-۲+۸i\rightarrow ۶=۹i\rightarrow i=\frac{۶}{۹}=\frac{۲}{۳}\text{mA}$$

۱۱- گزینه «۴» صحیح است.



ابتدا R_x را محاسبه می‌کنیم پس داریم:



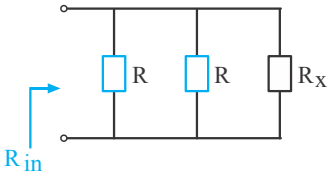
$$R_x = R + (R \,||\, R_x) \rightarrow R_x = R + \frac{RR_x}{R + R_x}$$

$$\rightarrow R_x(R + R_x) = R(R + R_x) + RR_x$$

$$\rightarrow RR_x + R_x^2 = R^2 + RR_x + RR_x \rightarrow R_x^2 - RR_x - R^2 = 0 \rightarrow R_x = \frac{R \pm \sqrt{R^2 + 4R^2}}{2}$$

$$\rightarrow R_x = \frac{R \pm \sqrt{5}R}{2} \rightarrow R_x = \frac{R(1 + \sqrt{5})}{2}$$

حال R_{in} مقاومت ورودی به صورت زیر محاسبه می‌گردد.



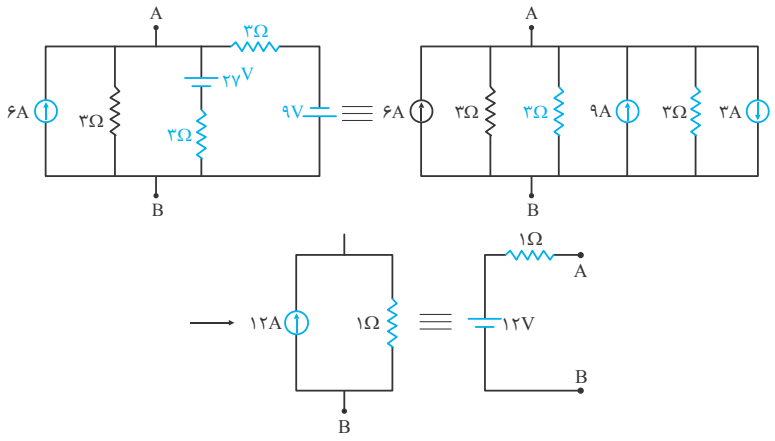
$$\rightarrow R_{in} = (R||R||R_x) \rightarrow R_{in} = \frac{R}{2}||\frac{R(1+\sqrt{5})}{2}$$

$$R_{in} = \frac{\frac{R}{2} \times \frac{R}{2}(1+\sqrt{5})}{\frac{R}{2} + \frac{R}{2}(1+\sqrt{5})} = \frac{R(1+\sqrt{5})}{2(2+\sqrt{5})} = 0/382R$$

راه حل تستی: اگر به شکل دقت کنید خواهید دید که $R_{in} = R \,||\, R \,||\, R_x = 0/5R \,||\, R_x$ که $0/5R$ یا R_x موازی شده است پس $R_{in} < 0/5R$ می‌باشد که در گزینه‌ها فقط مقاومت کوچک‌تر از $0/5R$ برابر $0/382R$ می‌باشد.

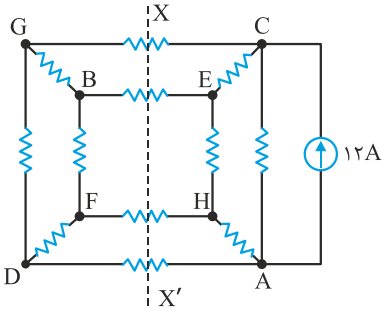
۱۲- گزینه «۱» صحیح است.

با کمی دقت در مدار می‌بینیم که سمت چپ مدار با یک منبع جریان $6A$ و سمت راست مدار با منبع ولتاژ $-9V$ به شکل زیر معادل است.

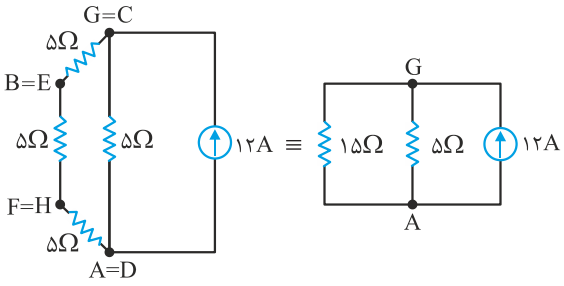


- پاسخ سؤال‌های دکتری مدار ۱۴۰۱ -

۱۶- گزینه «۳» صحیح است.

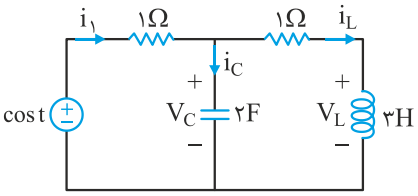


مدار نسبت به محور XX'، متقارن است پس گره‌های G با C و A با D و E با B و H با F هم‌پتانسل می‌گردد و جریان کشی مقاومت‌های بین آنها صفر می‌گردد و مدار را از روی محور تقارن، تا می‌زنیم پس مقاومت‌هایی که موازی می‌گردد بصورت مقاومت ۵ اهمی مدل می‌گردند پس داریم:



$$\rightarrow V_{GA} = -(۱۵ \,||\, ۵) \times ۱۲ = -\frac{۱۵ \times ۱۵}{۲۰} \times ۱۲ = -۴۵V$$

۱۷- گزینه «۴» صحیح است.



چون در $t < ۰$ ورودی نداریم پس $i_L(۰^-) = V_C(۰^-) = ۰$ است.

حال در $t > ۰$ با اعمال KVL در حلقه ورودی داریم:

$$\cos t = i_۱ + V_C \rightarrow i_۱ = \cos t - V_C \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{di_۱}{dt} = -\sin t - \frac{dV_C}{dt}$$

$$\xrightarrow{\frac{dV_C}{dt} = \frac{i_C}{C} = \frac{i_C}{۲}} \frac{di_۱}{dt} = -\sin t - \frac{i_C}{۲} \qquad (I)$$

$$\xrightarrow{\text{مشتق‌گیری}} \frac{d^۲ i_۱}{dt^۲} = -\cos t - \frac{۱}{۲}\frac{di_C}{dt} \xrightarrow{t=۰^+} \frac{d^۲ i_۱}{dt^۲}(۰^+) = -۱ - \frac{۱}{۲}\frac{di_C}{dt}(۰^+)$$

با اعمال KCL برای جریان خازن داریم:

$$i_C = i_۱ - i_L \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{di_C}{dt} = \frac{di_۱}{dt} - \frac{di_L}{dt}$$

$$\xrightarrow[\frac{di_L}{dt}=\frac{V_L}{L}=\frac{V_L}{۳}]{\frac{di_۱}{dt}=-\sin t-\frac{i_C}{۲}} \frac{di_C}{dt} = -\sin t - \frac{i_C}{۲} - \frac{V_L}{۳}$$

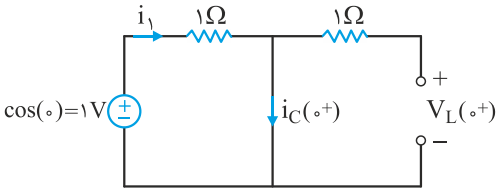
$$\xrightarrow{t=۰^+} \frac{di_C}{dt}(۰^+) = -\sin(۰) - \frac{i_C(۰^+)}{۲} - \frac{V_L(۰^+)}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{di_C}{dt}(۰^+) = -\frac{i_C}{۲}(۰^+) - \frac{V_L(۰^+)}{۳} \qquad (II)$$

از روابط (I) و (II) داریم:

$$\frac{d^۲i_۱}{dt^۲}(۰^+) = -۱ - \frac{۱}{۲}\left[-\frac{i_C(۰^+)}{۲} - \frac{V_L(۰^+)}{۳}\right] = -۱ + \frac{i_C(۰^+)}{۴} + \frac{V_L(۰^+)}{۶} \qquad (III)$$

پس در $t = ۰^+$ مدل‌سازی (خازن اتصال کوتاه – سلف مدار باز) برای محاسبه $i_C(۰^+)$ و $V_L(۰^+)$ داریم:



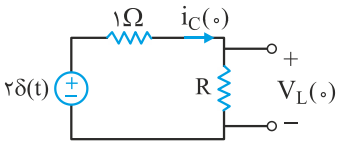
$$i_C(۰^+) = \frac{۱}{۱} = ۱$$

$$V_L(۰^+) = ۰$$

پس در رابطه (III) داریم:

$$\frac{d^۲i_۱}{dt^۲}(۰^+) = -۱ + \frac{i_C(۰^+)}{۴} + \frac{V_L(۰^+)}{۶} \xrightarrow[V_L(۰^+)=۰]{i_C(۰^+)=۱} \frac{d^۲i_۱}{dt^۲}(۰^+) = -۱ + \frac{۱}{۴} = -\frac{۳}{۴}$$

۱۸- گزینه «۳» صحیح است.



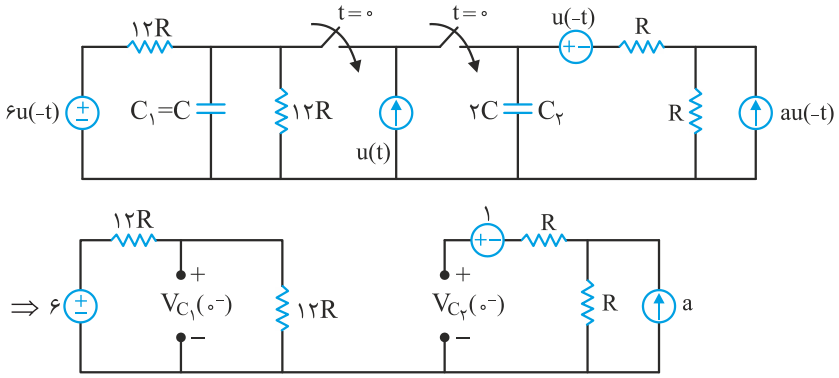
در لحظه اعمال ضربه، خازن اتصال کوتاه و سلف مدار باز می‌گردد پس داریم:

$$i_C(۰) = \frac{۲\delta(t)}{۱+R} \rightarrow V_C(۰^+) = V_C(۰^-) + \frac{۱}{C}\int_{۰^-}^{۰^+} i_C(۰)dt \xrightarrow[V_C(۰^-)=۰\,,\,C=۰/۵]{V_C(۰^+)=۱}$$

$$۱ = \frac{۱}{۰/۵}\int_{۰^-}^{۰^+} \frac{۲}{۱+R}\delta(t)dt \rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۱+R} \rightarrow ۱+R = ۴ \rightarrow R = ۳\Omega$$

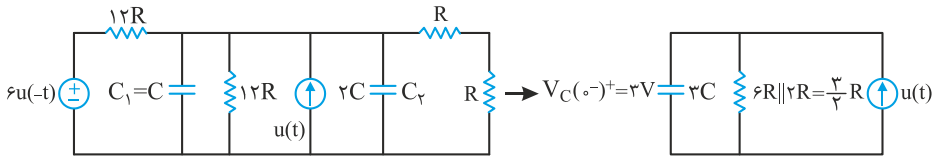
۱۹- گزینه «۳» صحیح است.

ابتدا در $t<0$ شرایط اولیه ولتاژ خازن‌ها را بدست می‌آوریم:

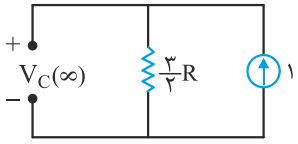


$$V_{C_1}(0^-)=\frac{12R}{24R}\times 6=3V \quad , \quad V_{C_2}(0^-)=1+Ra \xrightarrow{Ra=2} V_{C_2}(0^-)=1+2=3V$$

حال در $t>0$، ۲ خازن موازی با ولتاژهای اولیه یکسان ۳ ولت داریم پس معادل یک خازن $3C$ با شرایط اولیه $V_C(0^-)=3V$ موازی با مقاومت $\frac{3}{2}R$ خواهد شد.



پس معادله ولتاژ خازن بصورت $V_C=V_C(\infty)+[V_C(0^+)-V_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$ می‌باشد حال اگر بخواهیم ولتاژ دو سر خازن ثابت بماند باید ترم گذرا صفر گردد یعنی $V_C(0^+)=V_C(\infty)$ گردد پس $V_C(0^-)=V_C(0^+)=V_C(\infty)=3V$ می‌گردد پس در $t=\infty$ خازن مدار باز می‌گردد و داریم:



$$V_C(\infty)=\frac{3}{2}R\times 1=\frac{3}{2}R$$

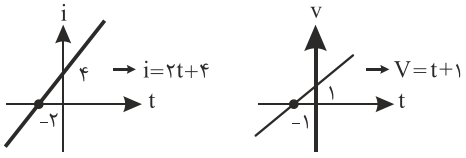
$$\xrightarrow{V_C(\infty)=3}\frac{3}{2}R=3\rightarrow R=2\Omega$$

از طرفی $Ra=2$ می‌باشد پس داریم:

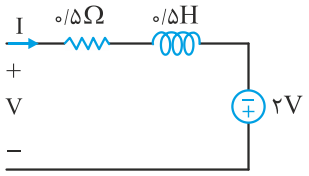
$$Ra=2 \xrightarrow{R=2} a=1$$

۲۰- گزینه «۲» صحیح است.

معادله ولتاژ و جریان به صورت زیر است:



حال تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم در گزینـه (۱) بـا اعمال KVL داریم:

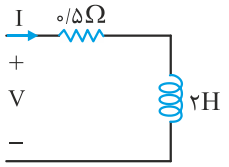


$$V = ۰/۵I + ۰/۵\frac{dI}{dt} - ۲$$

$$\xrightarrow[i=۲t+۴]{V=t+۱} t+۱ = ۰/۵(۲t+۴) + ۰/۵(۲) - ۲$$

$\rightarrow t+۱ = t+۲+۱-۲ \rightarrow t+۱ = t+۱ \rightarrow$ رابطه صحیح می‌باشد

در گزینه (۲) با اعمال KVL داریم:

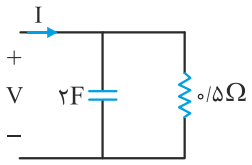


$$V = ۰/۵I + ۲\frac{dI}{dt}$$

$$\xrightarrow[V=t+۱]{I=۲t+۴} t+۱ = ۰/۵(۲t+۴) + ۲(۲) \rightarrow t+۱ = t+۶$$

رابطه فوق صحیح نمی‌باشد پس گزینه (۲) جواب تست است.

در گزینه (۳) با اعمال KCL داریم:



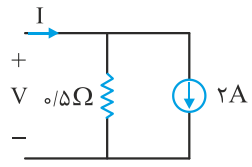
$$I = I_C + I_R \rightarrow I = ۲\frac{dV}{dt} + \frac{V}{۰/۵}$$

$$\xrightarrow[V=t+۱]{I=۲t+۴} ۲t+۴ = ۲(۱) + ۲(t+۱)$$

$$\rightarrow ۲t+۴ = ۲t+۴$$

رابطه فوق صحیح است.

در گزینه (۴) با اعمال KCL داریم:



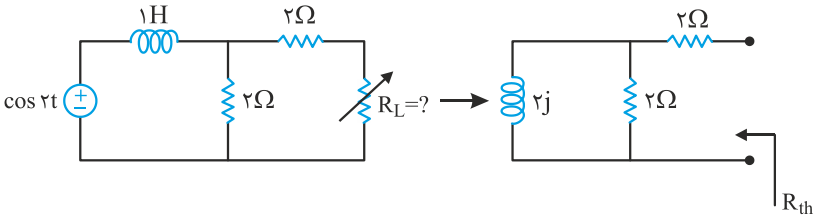
$$I = \frac{V}{۰/۵} + ۲ \rightarrow I = ۲V + ۲$$

$$\xrightarrow[V=t+۱]{I=۲t+۴} ۲t+۴ = ۲(t+۱) + ۲$$

رابطه فوق نیز صحیح است.

۲۱- گزینه «۱» صحیح است.

مدار را در $w = ۲$ به حوزه فازور می‌بریم برای اینکه بیشترین توان به R_L برسد باید $R_L = |Z_{th}|$ گردد پس در $w = ۲$ ورودی را خاموش می‌کنیم و Z_{th} را از دو سر بار بدست می‌آوریم.



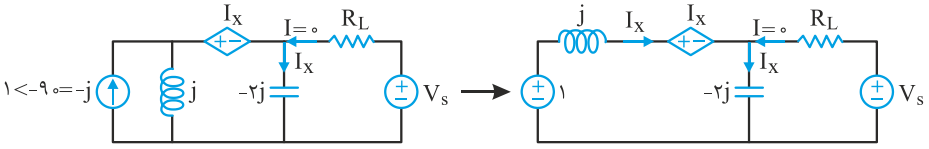
$$Z_{th} = ۲ + (۲ \,||\, ۲j) = ۲ + ۱ + j = ۳ + j$$

پس داریم:

$$R_L = |Z_{th}| = |۳ + j| = \sqrt{۱۰}$$

۲۲- گزینه «۲» صحیح است.

برای اینکه توان R_L صفر گردد باید جریان عبوری از آن یعنی $(I = ۰)$ صفر گردد برای اینکه سمت چپ مدار، تبدیل منبع انجام می‌دهیم پس داریم:



با اعمال KVL در حلقه سمت چپ داریم:

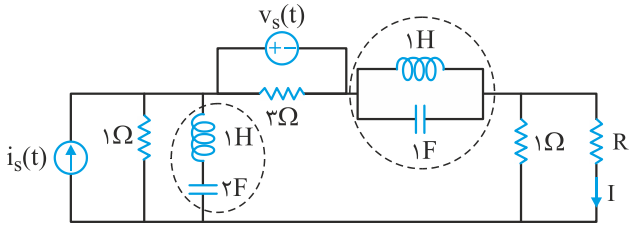
$$-۱ + j\,I_x + I_x = ۲j\,I_x = ۰ \rightarrow ۱ = (۱ - j)I_x \rightarrow I_x = \frac{۱}{۱ - j}$$

با اعمال KVL در حلقه سمت راست داریم:

$$V_s = R_L I - ۲j\,I_x$$

$$\xrightarrow{I=۰, I_x = \frac{۱}{۱-j}} V_S = -۲j\left(\frac{۱}{۱ - j}\right) = \frac{۲\angle -۹۰}{\sqrt{۲}\angle -۴۵} = \sqrt{۲}\angle -۴۵ = ۱ - j$$

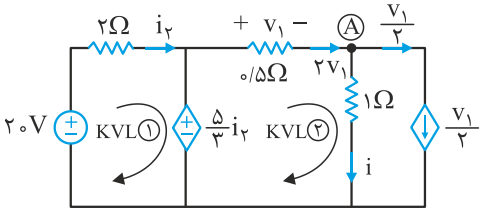
۲۳- گزینه «۱» صحیح است.



با توجه به اینکه $P = RI_{rms}^{۲}$ می‌باشد و جریان مقاومت (I) ترکیب خطی از منابع مستقل یعنی V_s و I_s می‌باشد $I = \alpha I_s + \beta V_s$ از طرفی با توجه به اینکه $V_s = b$ و $I_s = a\cos\omega t$ باشد توان مقاومت $P = ۱W$ و اگر $V_s = ۲b$ و $I_s = a\cos\omega\,t$ باشد توان مقاومت $۴W$ می‌گردد یعنی هنگامیکه فقط ورودی $۲(V_s)\,dC$ برابر شود و ورودی دیگر یعنی AC $(I_s = a\cos\omega t)$ تغییر نکند توان ۴ برابر قبل می‌گردد پس می‌توان نتیجه گرفت که ورودی AC $(I_s = a\cos\omega t)$ در خروجی تأثیر ندارد یعنی این ورودی (I_s) به خروجی نمی‌رسد پس می‌توان نتیجه گرفت که فرکانس ω به خروجی یعنی I نمی‌رسد چون در مدار یک مدار LC سری و یک مدار LC موازی داریم که هنگامیکه فرکانس ورودی (ω) با فرکانس رزنانس این LCها برابر گردد LC سری اتصال کوتاه شده و LC موازی مدار باز می‌گردد و نمی‌گذارد که خروجی دارای فرکانس ω گردد پس فرکانس LC سری بصورت $\omega_۱ = \frac{۱}{\sqrt{LC}} = \frac{۱}{۲\times۱} = \frac{۱}{\sqrt{۲}}$ و فرکانس LC موازی بصورت $\omega_۲ = \frac{۱}{\sqrt{LC}} = \frac{۱}{\sqrt{۱\times۱}} = ۱$ می‌گردد پس ω فرکانس‌های $۱\,\frac{rad}{s}$ یا $\frac{۱}{\sqrt{۲}}\,\frac{rad}{s}$ داشته باشد.

- پاسخ سؤال‌های دکتری مدار ۱۴۰۱ -

۲۴- گزینه «۴» صحیح است.



با اعمال KVL در حلقه (۱) داریم:

$$۲۰ = ۲i_۲ + \frac{۵}{۳}i_۲ \rightarrow i_۲ = \frac{۶۰}{۱۱}$$

با اعمال KCL در گره A داریم:

$$۲V_۱ = i + \frac{V_۱}{۲} \rightarrow i = \frac{۳}{۲}V_۱ \qquad (۱)$$

با اعمال KVL در حلقه (۲) داریم:

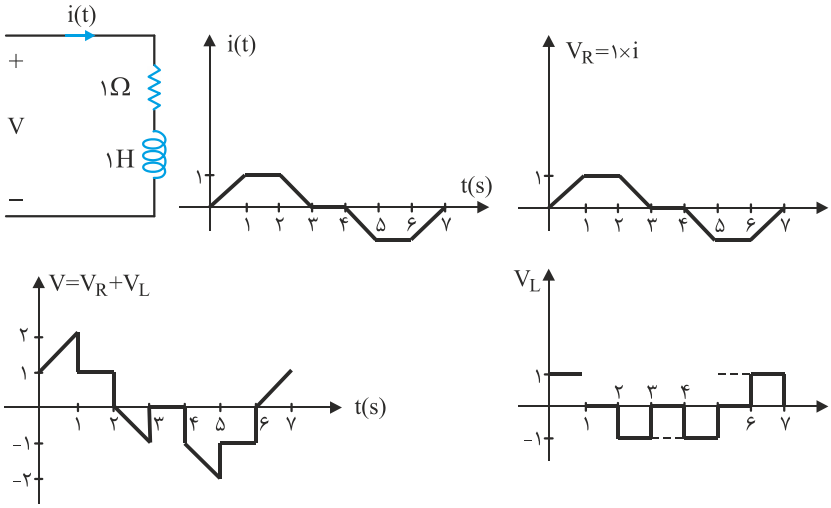
$$\frac{۵}{۳}i_۲ = V_۱ + i \xrightarrow{i=\frac{۳}{۲}V_۱, i_۲=\frac{۶۰}{۱۱}} \frac{۵}{۳}\times\frac{۶۰}{۱۱} = V_۱ + \frac{۳}{۲}V_۱ \rightarrow \frac{۱۰۰}{۱۱} = \frac{۵}{۲}V_۱ \rightarrow V_۱ = \frac{۴۰V}{۱۱}$$

با جایگذاری رابطه فوق در رابطه (۱) داریم:

$$i = \frac{۳}{۲}V_۱ \xrightarrow{V_۱=\frac{۴۰}{۱۱}} i = \frac{۳}{۲}\times\frac{۴۰}{۱۱} = \frac{۶۰}{۱۱}$$

۲۵- گزینه «۲» صحیح است.

با توجه به رابطه $V = V_R + V_L$ و $V_R = ۱ \times i$ و $V_L = ۱ \dfrac{di}{dt}$ داریم:



راه دوم: با توجه به رابطه

$$V = V_R + V_L = ۱ \times i + ۱ \frac{di}{dt}$$

و با توجه به اینکه گزینه‌ها در بازه زمان $۰ < t < ۱$ و $۱ < t < ۲$ فرق می‌کنند داریم

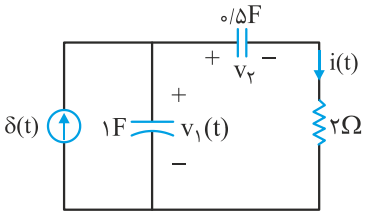
$$۰ < t < ۱ \rightarrow i = t \rightarrow V = ۱ \times i + ۱ \frac{di}{dt} = t + ۱ \rightarrow$$

گزینه‌های (۱) و (۲) و (۴) می‌تواند صحیح باشد

$$۱ < t < ۲ \rightarrow i = ۱ \rightarrow V = ۱ \times i + ۱ \frac{di}{dt} = ۱ + ۰ \rightarrow V = ۱ \rightarrow$$

گزینه (۲) صحیح است.

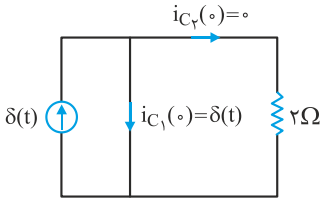
۲۶- گزینه «۱» صحیح است.



با توجه به ورودی ضربه شرایط اولیه ولتاژهای خازن در $t = ۰^+$ بصورت زیر می‌باشند

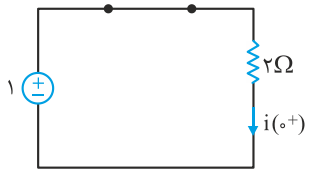
$$V_{C_۱}(۰^+) = V_{C_۱}(۰^-) + \frac{A_۱}{C_۱} \quad , \quad V_{C_۲}(۰^+) = V_{C_۲}(۰^-) + \frac{A_۲}{C_۲}$$

پس در اثر اعمال ضربه خازن‌ها اتصال کوتاه می‌شوند پس داریم:



$$\rightarrow \begin{cases} i_{C_2}(0)=0 \xrightarrow{A_2=0} V_{C_2}(0^+)=V_{C_2}(0^-)+\dfrac{A_2}{C_2}=0V \\ i_{C_1}(0)=1\delta(t) \xrightarrow{A_1=0} V_{C_1}(0^+)=V_{C_1}(0^-)+\dfrac{A_1}{C_1}=0+\dfrac{1}{1}=1V \end{cases}$$

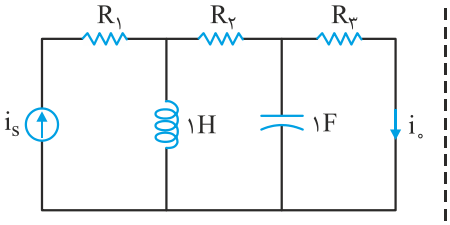
حال در $t=0^+$ مدل‌سازی می‌کنیم.



$$\rightarrow i(0^+)=\frac{1}{2}A$$

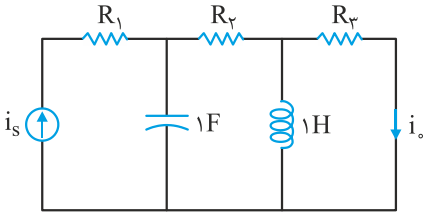
۲۷- گزینه «۲» صحیح است.

اگر جای سلف ۱ هانری با خازن ۱ فارادی در فرکانس $w=1$ عوض کنیم $(Z_C(j1)=-j\ ,\ Z_L(j1)=j)$ می‌توان گفت به جای j مقدار $-j$ قرار داده شده است پس کافی است در تابع شبکه به جای j مقدار $-j$ قرار دهیم با توجه به مدار الف و ب نیز همین اتفاق افتاده است پس داریم:



$i_s=10\cos(t+45)\ ,\ i_0(t)=2\cos(t-45)$

مدار (الف)



$i_s(t)=3\cos\left(t+\frac{\pi}{3}\right)\ ,\ i_0(t)=?$

مدار (ب)

$$H(jw)=\frac{i_0}{i_s}=\frac{2\angle -45}{10\angle 45}=\frac{2}{10}\angle -90=-\frac{2}{10}j \Rightarrow H_{new}=H^*(jw)=\frac{2}{10}j$$

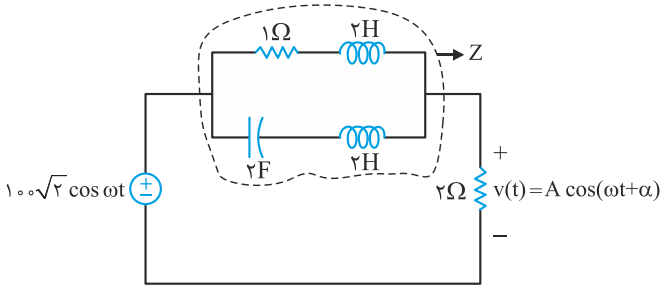
$$\rightarrow H_{new}=\frac{i_0}{i_s} \rightarrow \frac{2}{10}\angle 90=\frac{i_0}{3\angle\frac{\pi}{3}}$$

$$\rightarrow i_0=\frac{6}{10}\angle 150 \rightarrow i_0=\frac{3}{5}\sin(t+150^\circ)$$

۲۸- گزینه «۲» صحیح است.

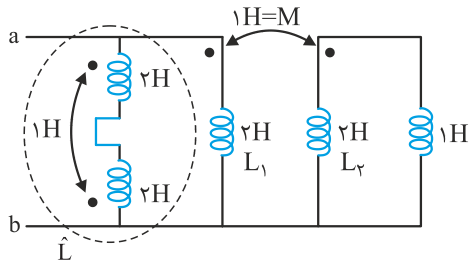
برای اینکه ولتاژ V ماکزیمم گردد باید Z مدار مینیمم گردد اگر $Z=0$ گردد آنگاه ولتاژ ماکزیمم و برابر $V_{\max}=A=V_{s_{\max}}=100\sqrt{2}$ می‌باشد حال اگر LC سری در Z

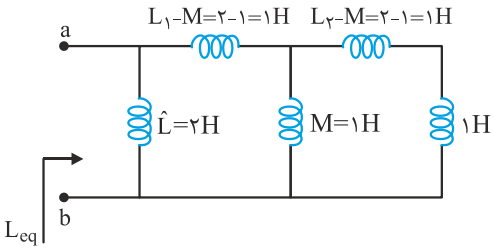
$(C = ۲\,F\ ,\ L = ۲H)$ در فرکانس تشدید $\omega_r = \frac{۱}{\sqrt{LC}} = \frac{۱}{\sqrt{۲\times۲}} = \frac{۱}{۲}\ \frac{rad}{s}$ اتصال کوتاه می‌گردد پس اگر $\omega = \frac{۱}{۲}\ \frac{rad}{s}$ باشد $Z = ۰$ و $V_{\max} = A = ۱۰۰\sqrt{۲}\,V$ می‌گردد.



۲۹- گزینه «۲» صحیح است.

ابتدا معادل سری‌های سری $\hat{L}$ بصورت $\hat{L} = ۲ + ۲ - ۲(۱) = ۲H$ در مدار قرار می‌دهیم و سپس مدل T سلف‌های تزویج را بصورت زیر قرار می‌دهیم و L_{eq} را محاسبه می‌کنیم.



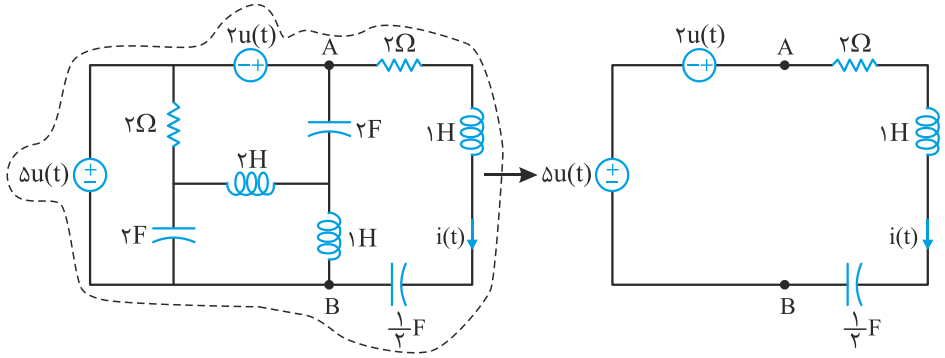


$$L_{eq} = \hat{L}\ ||\left[۱ + [۱\ ||\ (۱ + ۱)\right]$$

$$L_{eq} = ۲\ ||\left[۱ + \frac{۲}{۳}\right] = ۲\ ||\ \frac{۵}{۳} = \frac{۱۰}{۱۱}H$$

۳۰- گزینه «۴» صحیح است.

با توجه به خروجی i، در مسیر نقطه‌چین شده مدار ایزوله ولتاژی می‌باشد پس برای محاسبه جریان $i(t)$ می‌توان مدار زیر را در نظر گرفت.



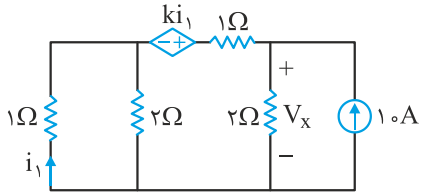
مدار فوق یک مدار RLC سری می‌باشد با توجه به اینکه ورودی مدار پله واحد است پس در $t < ۰$ شرایط اولیه نداریم پس $i_L(۰^-) = V_C(۰^-) = ۰$ می‌باشد چون در مدار جهش نداریم پس $i(۰^+) = i_L(۰^+) = i_L(۰^-) = ۰$ می‌باشد که اگر گزینه‌ها را در $t = ۰^+$ بررسی کنیم فقط در گزینه ۳ و ۴ می‌توان به $i(۰^+) = ۰$ دست یافت حال فرق گزینه ۳ و ۴ در فرکانس‌های i (معادله مشخصه) است که در مدار RLC سری داریم.

$$\left.\begin{array}{l} s^۲ + ۲\alpha s + \omega_۰^۲ = ۰ \\ ۲\alpha = \dfrac{R}{L} = \dfrac{۲}{۱} = ۲ \\ \omega_۰^۲ = \dfrac{۱}{LC} = \dfrac{۱}{۱ \times \frac{۱}{۲}} = ۲ \end{array}\right\} \rightarrow s^۲ + ۲s + ۲ = ۰ \rightarrow s = -۱ \pm j$$

پس با توجه به اینکه فرکانس‌های i بصورت $-۱ \pm j$ می‌باشد پس گزینه ۴ صحیح است.

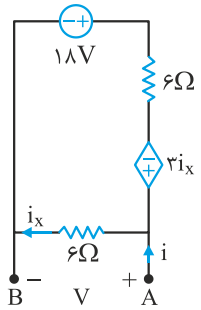
- سؤال‌های ارشد ابزاردقیق ۱۴۰۱ -

۱- در مدار شکل مقابل k چقدر باشد، تا v_x برابر صفر شود؟



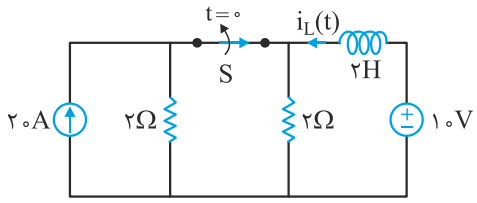
۱) ۱/۵
۲) ۲/۵
۳) ۳/۵
۴) ۵/۵

۲- پارامترهای مدار معادل تونن از دو سر A و B ، کدام است؟



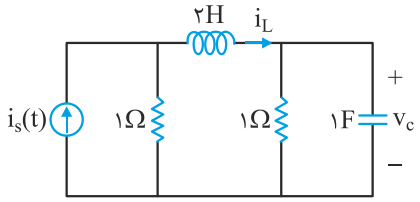
۱) $V_{oc} = ۱۲V \quad , \quad R_{eq} = ۴\Omega$
۲) $V_{oc} = ۱۲V \quad , \quad R_{eq} = ۳\Omega$
۳) $V_{oc} = ۴V \quad , \quad R_{eq} = ۴\Omega$
۴) $V_{oc} = ۴V \quad , \quad R_{eq} = ۳\Omega$

۳- در مدار شکل زیر شکل S در لحظهٔ $t = ۰$ باز می‌شود. معادله $i_L(t)$ برای $t > ۰$ کدام است؟



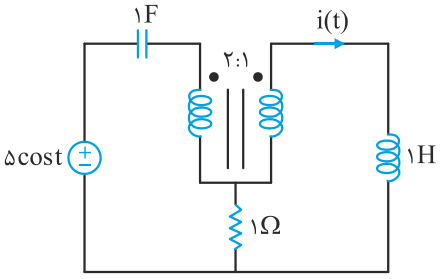
۱) $-۵ - ۵e^{-t}$
۲) $-۵ + ۱۵e^{-t}$
۳) $۵ - ۱۵e^{-t}$
۴) $۵ + ۱۵e^{-t}$

۴- اگر $i_s(t) = u(t)$ و مدار در لحظهٔ $t = ۰^-$ در حالت صفر باشد، $\frac{di_L}{dt}$ کدام است؟



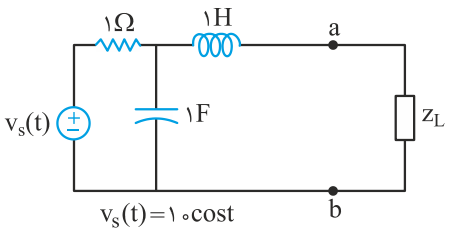
۱) $-۱\,\frac{A}{s}$
۲) $\frac{۱}{۲}\,\frac{A}{s}$
۳) $۱\,\frac{A}{s}$
۴) $۲\,\frac{A}{s}$

۵- مدار شکل زیر در حالت دائمی سینوسی است و ترانس ایدئال است. جریان $i(t)$ کدام است؟



۱) $\cos t + \sin t$
۲) $\cos t + ۳\sin t$
۳) $۳\cos t + \sin t$
۴) $۳\cos t + ۳\sin t$

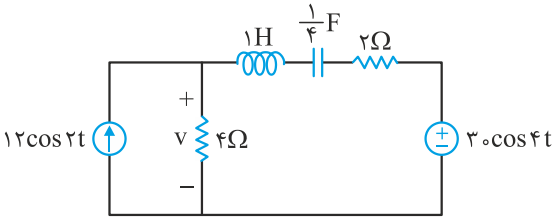
۶- در مدار شکل زیر امپدانس Z_L شامل چه عناصری باشد تا توان متوسط تحویل داده شده آن ماکزیمم گردد؟



۱) اتصال سری $L = ۲H$ و $R = \frac{۱}{۲}\Omega$
۲) اتصال سری $L = ۲H$ و $R = ۲\Omega$
۳) اتصال سری $C = ۲F$ و $R = ۲\Omega$
۴) اتصال سری $C = ۲F$ و $R = \frac{۱}{۲}\Omega$

۷- در مدار شکل زیر، ولتاژ $v(t)$ در حالت دائمی برابر است با:

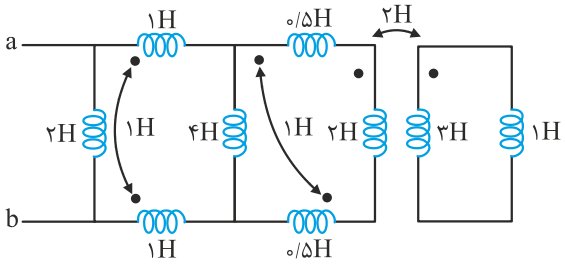
$$v(t) = A_۱\cos(۲t + \theta_۱) + A_۲\cos(۴t + \theta_۲)$$



نسبت $\left(\frac{A_۲}{A_۱}\right)^۲$ کدام است؟

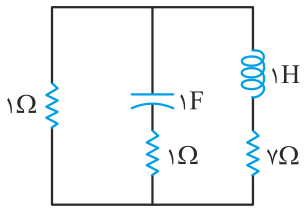
۱) ۹
۲) ۴
۳) $\frac{۵}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۴}$

۸- اندوکتانس معادل دیده شده از دو سر ab چند هانری است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۹- در مدار زیر کدام گزینه درست است؟



۱) بی‌اتلاف است.

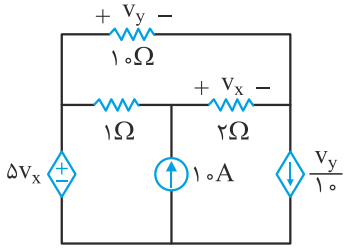
۲) میرای ضعیف است.

۳) میرای شدید است.

۴) میرای بحرانی است.

- سؤال‌های ارشد برق ۱۴۰۱ -

۱۰- در مدار زیر، v_y چند ولت است؟



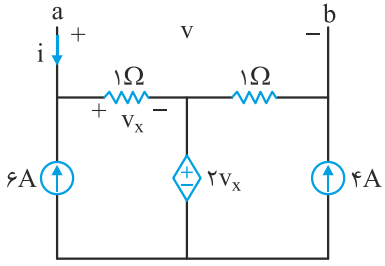
۱) -۵

۲) ۱۰

۳) -۱۰

۴) ۵

۱۱- پارامترهای مدار معادل تونن دیده شده از دو سر ab کدام است؟



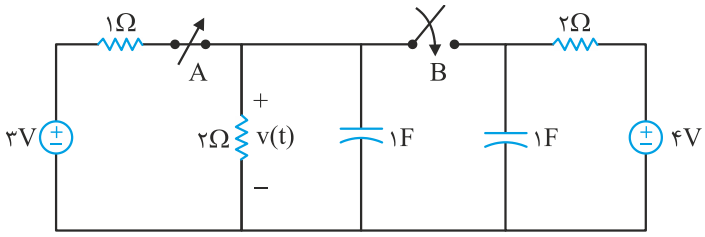
۱) $v_{oc} = ۲V \quad , \quad R_{eq} = ۲\Omega$

۲) $v_{oc} = ۶V \quad , \quad R_{eq} = \frac{۱}{۲}\Omega$

۳) $v_{oc} = ۲V \quad , \quad R_{eq} = \frac{۱}{۲}\Omega$

۴) $v_{oc} = ۴V \quad , \quad R_{eq} = ۲\Omega$

۱۲- مدت‌های طولانی کلید A بسته و کلید B باز بوده است. در زمان $t = ۰$ کلید A باز و کلید B بسته می‌گردد. معادله $v(t)$ برای $t > ۰$ چه خواهد بود؟



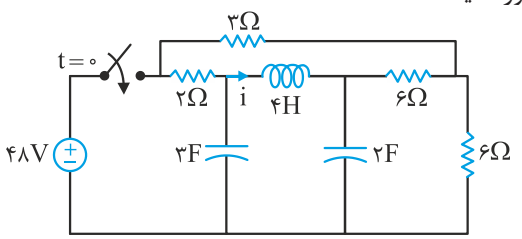
۱) $۳e^{-\frac{t}{۲}}$

۲) $۴ - ۲e^{-t}$

۳) $۶ - e^{-t}$

۴) $۲ + e^{-\frac{t}{۲}}$

۱۳- در مدار داده شده کلید S در لحظه $t = ۰$ بسته می‌شود. مدار در $t = ۰^-$ در حالت صفر قرار دارد. $\frac{d^۲i}{dt^۲}(۰^+)$ چند آمپر بر مجذور ثانیه است؟



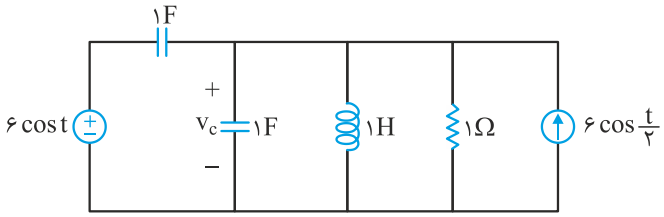
۱) $-۱/۵$

۲) ۳

۳) -۳

۴) $۱/۵$

۱۴- در حالت دائمی ولتاژ $v_c(t)$ کدام است؟



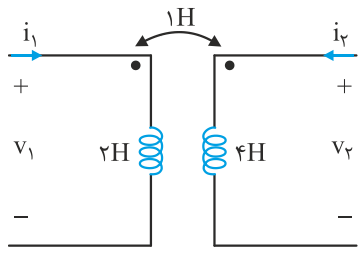
۱) $۳\sqrt{۲}\cos(t-۴۵^\circ)+۳\sqrt{۲}\cos(\frac{t}{۲}+۴۵^\circ)$

۲) $۳\sqrt{۲}\cos(t+۴۵^\circ)+۳\sqrt{۲}\cos(\frac{t}{۲}+۴۵^\circ)$

۳) $-۳\sqrt{۲}\cos(t-۴۵^\circ)+۳\sqrt{۲}\cos(t-۴۵^\circ)$

۴) $۳\sqrt{۲}\cos(t+۴۵^\circ)-۳\sqrt{۲}\cos(\frac{t}{۲}+۴۵^\circ)$

۱۵- در مدار شکل زیر اگر $i_۱ = ۱A$ باشد و انرژی ذخیره شده در دو سلف تزویج شده ۷ ژول باشد، جریان $i_۲$ چند آمپر است؟



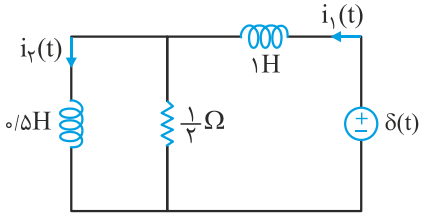
۱) -۲ یا $+۱/۵$

۲) $+۲$ یا $+۱/۵$

۳) -۲ یا $-۱/۵$

۴) $+۲$ یا $-۱/۵$

۱۶- مقدار $i_۲(+\infty)$ چند آمپر است؟ (مدار در $t = ۰^-$ در حالت صفر است.)



۱) صفر
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $-\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۷- پاسخ یک مدار خطی تغییرناپذیر با زمان به ازای ورودی شیب واحد به شکل $v_۰(t) = (۱ - e^{-t} - te^{-t})\,u(t)$ می‌باشد. پاسخ حالت دائمی مدار به ازای ورودی $i_s(t) = \left[۱ + ۲\sin\left(t - \frac{\pi}{۴}\right)\right]u(t)$ کدام است؟

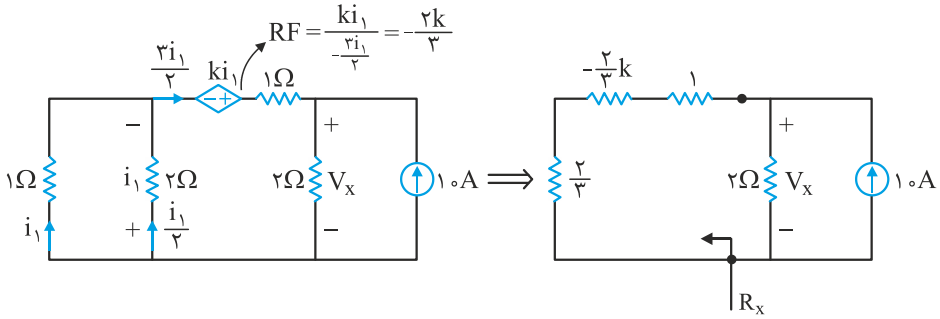
۱) $v_۰(t) = \cos\left(t - \frac{\pi}{۴}\right)$
۲) $v_۰(t) = \frac{۱}{۲}\cos\left(t + \frac{\pi}{۴}\right)$
۳) $v_۰(t) = \sin\left(t - \frac{\pi}{۴}\right)$
۴) $v_۰(t) = \frac{۱}{۲}\sin\left(t - \frac{\pi}{۴}\right)u(t)$

- پاسخ سؤال‌های ارشد ابزاردقیق ۱۴۰۱ -

۱- گزینه «۲» صحیح است.

ابتدا از روی جریان مقاومت یک اهمی (i_1) ولتاژ دو سرش (i_1) و پس جریان مقاومت ۲ اهمی به صورت $\frac{i_1}{2}$ محاسبه می‌گردد جریان عبوری از منبع وابسته ki_1 بصورت $\frac{3i_1}{2}$ می‌باشد پس مدار معادل منبع وابسته بصورت $R_F = \frac{Ki_1}{-\frac{3i_1}{2}} = -\frac{2k}{3}$ می‌باشد پس

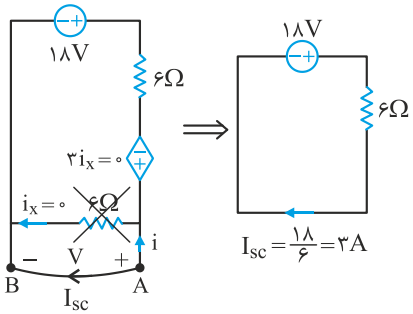
بصورت زیر ساده می‌گردد اگر $R_x = 0$ گردد آنگاه $V_X = 0$ می‌شود پس داریم:



$$R_x = 1 - \frac{2}{3}k + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} - \frac{2}{3}k \xrightarrow{R_X=0 \to V_X=0} \frac{5}{3} - \frac{2}{3}k = 0 \to k = \frac{5}{2} = 2/5$$

۲- گزینه «۱» صحیح است.

با توجه به اینکه حاصل تقسیم $V_{th} = V_{oc}$ بر $R_{th} = R_{eq}$ یعنی $I_{SC} = I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}}$ در تمام گزینه‌ها متفاوت است و با توجه به اینکه در خروجی، وابستگی (i_x) وجود دارد پس بهترین روش برای حل این تست محاسبه I_{SC} می‌باشد. حال گزینه‌ها را بررسی کنیم:



گزینه ۱) $R_{eq} = 4\,\Omega \;,\; V_{oc} = 12V \leftarrow V_{oc} = 12 \;,\; I_{SC} = \frac{V_{oc}}{R_{eq}} = \frac{12}{4} = 3$

گزینه ۲) $R_{eq} = 3\,\Omega \;,\; V_{oc} = 12V \leftarrow V_{oc} = 12 \;,\; I_{SC} = \frac{12}{3} = 4$

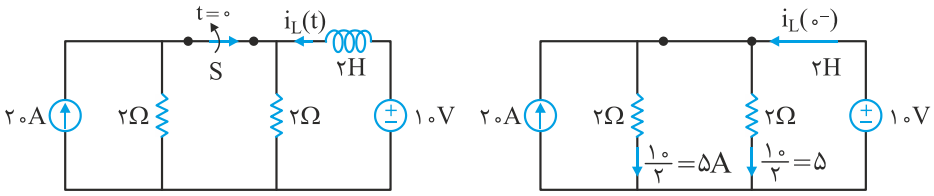
گزینه ۳) $R_{eq} = ۴\,\Omega \;,\; V_{oc} = ۴V \rightarrow I_{SC} = \frac{۴}{۴} = ۱$

گزینه ۴) $R_{eq} = ۳\,\Omega \;,\; V_{oc} = ۴V \rightarrow I_{SC} = \frac{۴}{۳}A$

پس گزینه (۱) صحیح است.

۳- گزینه «۳» صحیح است.

ابتدا در $t < ۰$ (سلف اتصال کوتاه / کلید بسته) شرایط اولیه سلف را با KCl در گره بدست می‌آوریم.

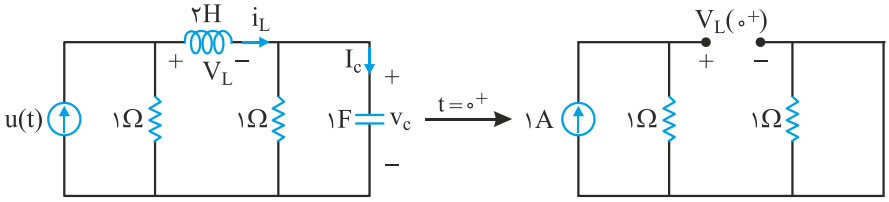


$$۲۰ + i_L(۰^-) = ۵ + ۵ \rightarrow i_L(۰^-) = -۱۰A$$

حال چون $i_L(۰^+) = i_L(۰^-) = -۱۰A$ است پس گزینه‌ها را در $t = ۰^+$ بررسی می‌کنیم که فقط گزینه‌های ۲ و ۳ می‌تواند صحیح باشند فرق گزینه‌های ۲ و ۳ در مقدار $i_L(\infty)$ است پس در $t = \infty$ کلید باز سلف اتصال کوتاه می‌گردد پس $i_L(\infty) = \frac{۱۰}{۲} = ۵A$ می‌گردد پس گزینه (۳) صحیح است.

۴- گزینه «۲» صحیح است.

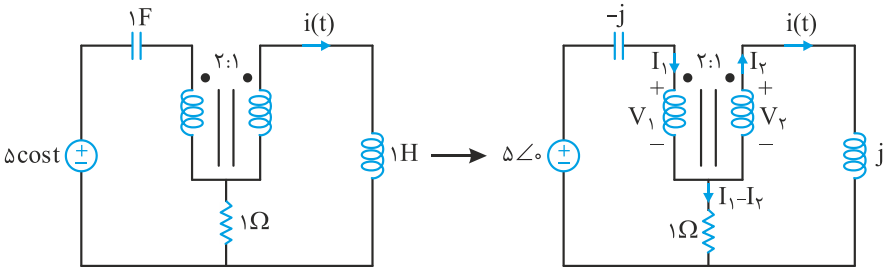
طبق رابطه $\frac{dI_L}{dt} = \frac{V_L}{L}$ برای محاسبه $V_L(۰^+)$ باید $\frac{dI_L(۰^+)}{dt} = \frac{V_L(۰^+)}{L} = \frac{V_L(۰^+)}{۲}$ را بدست آوریم چون ورودی پله است پس شرایط اولیه صفر هستند $(i_L(۰^-) = ۰ \;,\; V_C(۰^-) = ۰)$ حال در $t = ۰^+$ بجای سلف منبع جریان صفر آمپر (مدار باز) و بجای خازن منبع ولتاژ صفر ولتی (اتصال کوتاه) قرار می‌دهیم پس داریم:



$$V_L(۰^+) = ۱ \times ۱ = ۱ \rightarrow \frac{dI_L(۰^+)}{dt} = \frac{V_L(۰^+)}{L} = \frac{V_L(۰^+)}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

۵- گزینه «۲» صحیح است.

مدار را در فرکانس $\omega = ۱$ به حوزه فازور می‌بریم $(Z_L = jL\omega \ , \ Z_C = -j\frac{۱}{c\omega})$ و جریان شاخه‌ها را برحسب $I_۱$ و $I_۲$ مشخص می‌کنیم و طبق قوانین ترانس مثبت $\frac{V_۱}{V_۲} = \frac{I_۲}{I_۱} = \frac{n_۱}{n_۲} = \frac{۲}{۱} = ۲$ داریم:



با اعمال KVL در حلقه سمت چپ داریم:

$$۵\angle ۰ = -jI_۱ + V_۱ + ۱(I_۱ - I_۲) \xrightarrow{\frac{V_۱}{V_۲}=\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}=\frac{۲}{۱}=۲} ۵ = -j\frac{I_۲}{۲} + ۲V_۲ + \left(\frac{I_۲}{۲} - I_۲\right)$$

$$\rightarrow ۵ = -\frac{I_۲}{۲}(j+۱) + ۲V_۲ \qquad (I)$$

با اعمال KVL در حلقه سمت راست داریم:

$$-V_۲ + jI_۲ - ۱(I_۱ - I_۲) = ۰ \xrightarrow{\frac{V_۱}{V_۲}=\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}=\frac{۲}{۱}=۲} -V_۲ + jI_۲ - \left(\frac{I_۲}{۲} - I_۲\right) = ۰$$

$$\rightarrow V_۲ = I_۲\left(\frac{۱}{۲} + j\right) \qquad (II)$$

با جایگذاری رابطه (II) در (I) داریم:

$$۵ = -\frac{I_۲}{۲}(j+۱) + ۲\left(\frac{۱}{۲} + j\right)(I_۲) \rightarrow ۵ = I_۲\left[\frac{-j}{۲} - \frac{۱}{۲} + ۱ + ۲j\right]$$

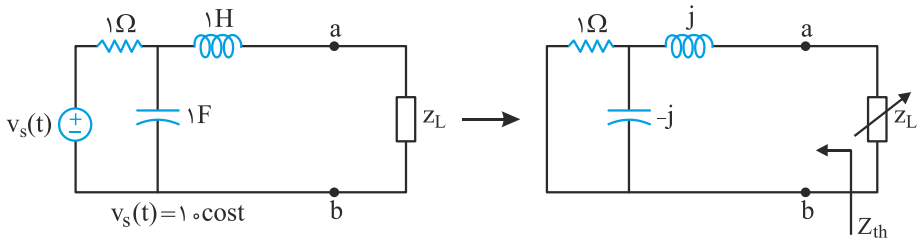
$$\rightarrow I_۲ = \frac{۵}{\frac{۳}{۲}j + \frac{۱}{۲}} = \frac{۱۰}{۱+۳j}$$

$$I_۲ = \frac{۱۰}{۱+۳j} \times \frac{۱-۳j}{۱-۳j} = \frac{۱۰(۱-۳j)}{۱+۹} = ۱ - ۳j = ۱\angle ۰ - ۳\angle ۹۰$$

$$\rightarrow I_۲ = \cos(t) - ۳\cos(t+۹۰) = \cos t + ۳\sin t$$

۶- گزینه «۴» صحیح است.

برای اینکه بیشترین توان به Z_L برسد باید $Z_L = Z_{th}^*$ گردد پس در $\omega = ۱$ مدار را بدون ورودی به حوزه فازور می‌بریم پس داریم:

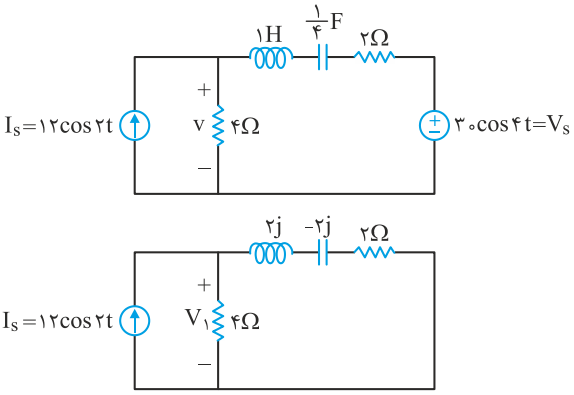


$$Z_{th} = (۱ \,||\, -j) + j = \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲}j + j = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲}j$$

$$\rightarrow Z_L = Z_{th}^* = \frac{۱}{۲} - j\frac{۱}{۲} = R - j\frac{۱}{c\omega} \rightarrow \begin{cases} R = \frac{۱}{۲} \\ \frac{۱}{c\omega} = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\omega=۱} C = ۲F \end{cases}$$

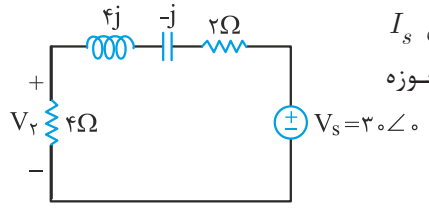
۷- گزینه «۳» صحیح است.

چون دو منبع با فرکانس‌های متفاوت در مدار وجود دارد پس از جمع آثار برای محاسبه V استفاده می‌کنیم. ابتدا تأثیر منبع I_s را بدست می‌آوریم پس V_s را خاموش می‌کنیم پس مدار را در فرکانس $\omega = ۲$ به حوزه فازور می‌بریم



$$V_۱ = (۴ \,||\, ۲) \times ۱۲\cos t = \frac{۸}{۶} \times ۱۲\cos ۲t = ۱۶\cos ۲t$$

حال تأثیر منبع V_s را محاسبه می‌کنیم و منبع I_s را خاموش می‌کنیم و مدار را در $\omega = ۴$ به حوزه فازور می‌بریم حال با تقسیم ولتاژی داریم:



$$V_۲ = \frac{۴}{۴ + ۴j - j + ۲} \times ۳۰\angle ۰ = \frac{۱۲۰\angle ۰}{۶ + ۳j} = \frac{۴۰\angle ۰}{۲ + j} = \frac{۴۰}{\sqrt{۵}} \angle - \tan^{-۱}\left(\frac{۱}{۲}\right)$$

$$\rightarrow V_۲ = ۸\sqrt{۵}\cos(۴t - \tan^{-۱}\frac{۱}{۲})$$

پس داریم:

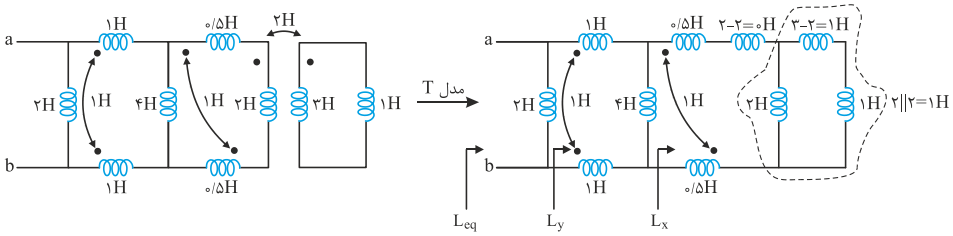
$$V = V_۱ + V_۲ = ۱۶\cos ۲t + ۸\sqrt{۵}\cos(۴t - \tan^{-۱}\frac{۱}{۲})$$

$$V = A_۱\cos(۲t + \theta_۱) + A_۲\cos(۴t + \theta_۲)$$

$$\rightarrow \begin{cases} A_۱ = ۱۶ \\ A_۲ = ۸\sqrt{۵} \end{cases} \rightarrow \left(\frac{A_۲}{A_۱}\right)^۲ = \left(\frac{۸\sqrt{۵}}{۱۶}\right)^۲ = \frac{۵}{۴}$$

۸- گزینه «۱» صحیح است.

ابتدا مدل T سلف تزویج را بصورت شکل زیر مدل می‌کنیم و سپس L_x و بعد از آن L_y و سپس L_{eq} را محاسبه می‌کنیم.



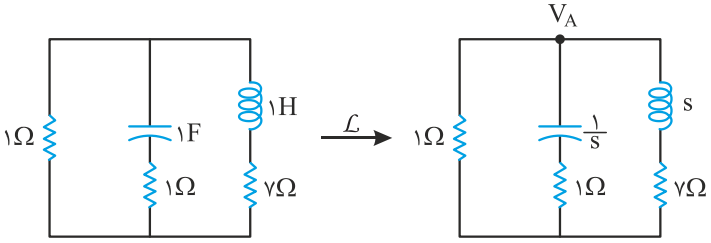
$$L_x = ۰/۵ + ۱ + ۰/۵ + ۲(۱) = ۴H$$

$$L_y = ۱ + (۴ \,||\, L_x) + ۱ - ۲(۱) \xrightarrow{L_x = ۴H} L_y = ۱ + (۴ \,||\, ۴) + ۱ - ۲ = ۲H$$

$$L_{eq} = ۲ \,||\, L_y \xrightarrow{L_y = ۲} L_{eq} = ۲ \,||\, ۲ = ۱H$$

۹- گزینه «۳» صحیح است.

مدار را به حوزه لاپلاس می‌بریم و با اعمال KCL در V_A داریم:



$$\frac{V_A}{۱}+\frac{V_A}{۱+\frac{۱}{s}}+\frac{V_A}{۷+s}=۰\rightarrow V_A\left[۱+\frac{s}{s+۱}+\frac{۱}{s+۷}\right]=۰$$

$$\rightarrow Q(s)=۱+\frac{s}{s+۱}+\frac{۱}{s+۷}=۰\rightarrow (s+۷)(s+۱)+s(s+۷)+s+۱=۰$$

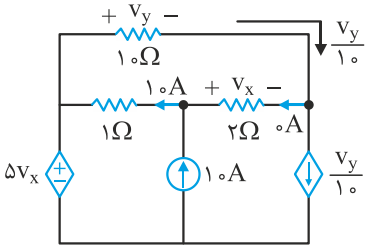
$$\rightarrow s^۲+۸s+۷+s^۲+۷s+s+۱=۰\rightarrow ۲s^۲+۱۶s+۸=۰\rightarrow s^۲+۸s+۴=۰$$

حال با توجه به اینکه معادله مشخصه بصورت $s^۲+۲\alpha s+\omega_۰^۲=۰$ می‌باشد پس:

$$۲\alpha=۸\rightarrow \alpha=۴$$
$$\omega_۰^۲=۴\rightarrow \omega_۰=۲$$
$$\rightarrow \quad \alpha>\omega_۰ \quad \rightarrow \quad \text{میرای شدید است}$$

- پاسخ سؤال‌های ارشد برق ۱۴۰۱ -

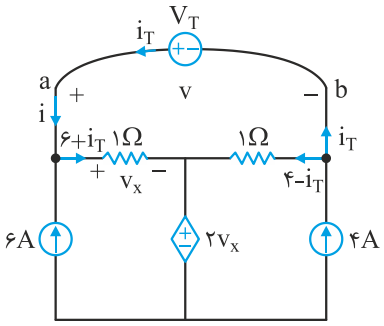
۱۰- گزینه «۳» صحیح است.



جریان مقاومت ۱۰ اهمی $\frac{V_y}{۱۰}$ می‌باشد با اعمال KCL در گره‌ها جریان در هر شاخه را محاسبه می‌کنیم با اعمال KVL در حلقه بالایی شامل مقاومت‌های ۱۰ و ۱ و ۲ اهمی داریم:

$$۱\times ۱۰+V_y+۰\times ۲=۰\quad\rightarrow\quad V_y=-۱۰$$

۱۱- گزینه «۱» صحیح است.

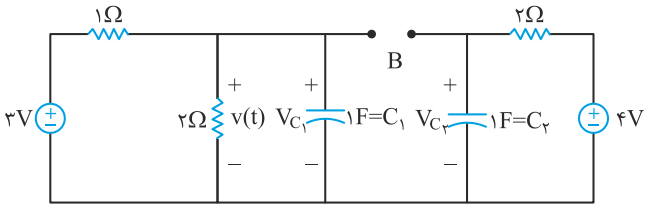


به دو سر a و b، منبع v_T و i_T را اعمال می‌کنیم و با اعمال KCL در گره‌ها جریان شاخه‌ها را برحسب i_T بدست می‌آوریم با اعمال KVL در حلقه بالایی داریم:

$$V_T=۱(۶+i_T)-۱(۴-i_T)\rightarrow V_T=۲i_T+۲\rightarrow R_{th}=۲\ ,\ V_{th}=۲$$

۱۲- گزینه «۴» صحیح است.

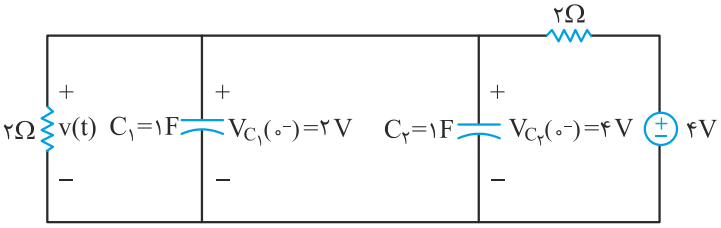
ابتدا در $t < ۰$ (کلید A بسته، کلید B باز) خازن‌ها مدار باز می‌شوند و شرایط اولیه بصورت زیر محاسبه می‌گردد:



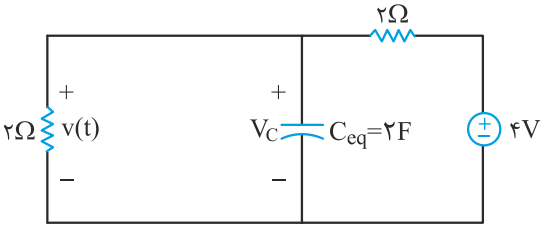
$$V_{c_۱}(۰^-) = \frac{۲}{۲+۱} \times ۳ = ۲$$

$$V_{c_۲}(۰^-) = ۴$$

حال در $t > ۰$ کلید A باز و کلید B بسته می‌شود پس مدار بصورت زیر می‌باشد (خازن‌ها موازی با شرایط اولیه متفاوت، جهش ولتاژی داریم و یک خازن $C_{eq} = ۲F$ با ولتاژ اولیه $V_C(۰^+) = ۳$ خواهیم داشت)



$$V_C(۰^+) = \frac{C_۱V_{C_۱}(۰^-) + C_۲V_{C_۲}(۰^-)}{C_۱ + C_۲} = \frac{۱\times۲ + ۱\times۴}{۱+۱} = ۳$$



$$\left.\begin{aligned} &V(t) = V_C(t) = V_C(\infty) + [V_C(۰^+) - V_C(\infty)]\,e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &V_C(۰^+) = ۳V\ ,\ V_C(\infty) = \frac{۲}{۲+۲} \times ۴ = ۲V\ ,\ \tau = R_{th}C_{eq} = (۲\ ||\ ۲) \times ۲ = ۲ \end{aligned}\right\}$$

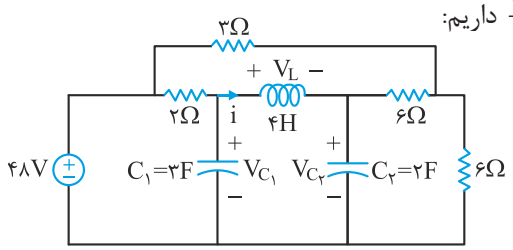
$$\Rightarrow\ V(t) = ۲ + (۳-۲)e^{-\frac{t}{۲}} \ \rightarrow\ V(t) = ۲ + e^{-\frac{t}{۲}}$$

راه دوم: فرق گزینه‌ها فقط در $V_C(\infty)$ است که $V_C(\infty) = ۲$ می‌شود پس گزینه (۴) صحیح است.

۱۳- گزینه «۴» صحیح است.

در $t<0$ کلید باز است و شرایط اولیه صفر است $(V_{C_1}(0^-)=V_{C_2}(0^-)=i_L(0^-)=0)$

حال برای محاسبه $\frac{d^2I_L}{dt^2}$ داریم:



$$\frac{d^2I_L}{dt^2}=\frac{d}{dt}\left[\frac{dI_L}{dt}\right]=\frac{d}{dt}\left[\frac{V_L}{L}\right]=\frac{1}{4}\frac{dV_L}{dt} \qquad (I)$$

پس ابتدا باید در $t>0$ معادله V_L را برحسب متغیرهای حالت بدست آوریم با اعمال KVL در حلقه وسطی (شامل سلف و خازن‌ها) داریم:

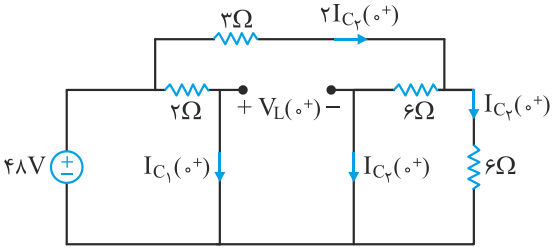
$$V_L=V_{C_1}-V_{C_2}\xrightarrow{(I)}\frac{d^2I_L}{dt^2}=\frac{1}{4}\frac{dV_L}{dt}\xrightarrow{V_L=V_{C_1}-V_{C_2}}$$

$$\rightarrow\frac{d^2I_L}{dt^2}=\frac{1}{4}\left[\frac{dV_{C_1}}{dt}-\frac{dV_{C_2}}{dt}\right]=\frac{1}{4}\left[\frac{I_{C_1}}{C_1}-\frac{I_{C_2}}{C_2}\right]=\frac{1}{4}\left[\frac{I_{C_1}}{3}-\frac{I_{C_2}}{2}\right]$$

حال در $t=0^+$ داریم:

$$\frac{d^2I_L}{dt^2}(0^+)=\frac{1}{12}I_{C_1}(0^+)-\frac{1}{8}I_{C_2}(0^+) \qquad (II)$$

پس باید در $t=0^+$ مدل‌سازی کنیم (سلف مدار باز – خازن اتصال کوتاه) و جریان $I_{C_1}(0^+)$ و $I_{C_2}(0^+)$ را بدست آوریم:



با اعمال KVL در حلقه‌های مدار داریم:

$$-48+2I_{C_1}(0^+)=0\rightarrow I_{C_1}(0^+)=24\,A$$

$$-48+3\left(2I_{C_2}(0^+)\right)+6I_{C_2}(0^+)=0\rightarrow I_{C_2}(0^+)=\frac{48}{12}=4A$$

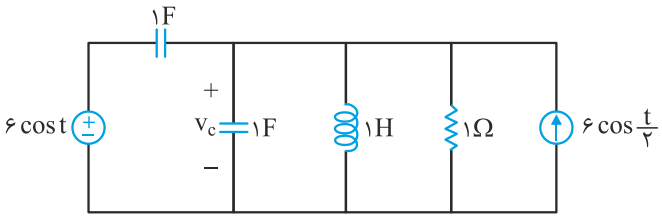
پس در رابطه (II) داریم:

$$\frac{d^۲I_L}{dt^۲}(۰^+)=\frac{۱}{۱۲}I_{C_۱}(۰^+)-\frac{۱}{۸}I_{C_۲}(t)\xrightarrow{I_{C_۱}(۰^+)=۲۴\ ,\ I_{C_۲}(۰^+)=۴}$$

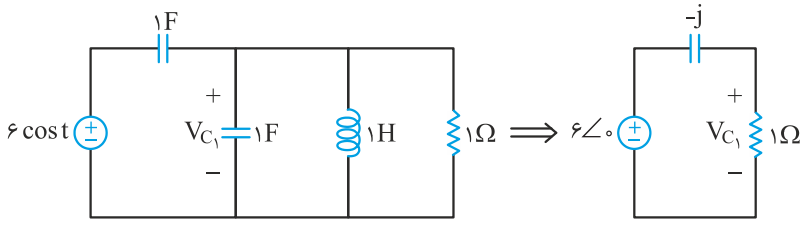
$$\frac{d^۲I_L}{dt^۲}(۰^+)=\frac{۱}{۱۲}(۲۴)-\frac{۱}{۸}(۴)=۲-\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۲}=۱/۵$$

۱۴- گزینه «۲» صحیح است.

چون فرکانس‌های منابع جریان $\omega=\frac{۱}{۲}$ و منابع ولتاژ $\omega=۱$ متفاوت است پس از جمع آثار استفاده می‌کنیم ابتدا منبع جریان را خاموش می‌کنیم پس داریم:



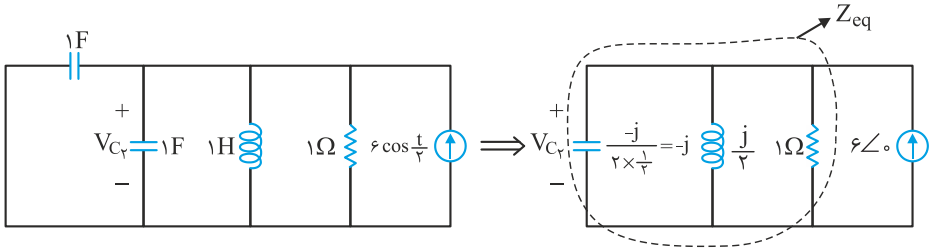
در این حالت چون فرکانس تشدید LC سری $(\omega_r=\frac{۱}{\sqrt{LC}}=۱\frac{rad}{s}\ ,\ C=۱\ ,\ L=۱)$ با فرکانس ورودی $\omega=۱$ برابر است پس LC موازی مدار باز می‌گردد و مدار در $\omega=۱$ بصورت زیر ساده می‌گردد $\left(Z_C=-j\frac{۱}{c\omega}\right)$



$$V_{C_۱}=\frac{۱}{۱-j}\times ۶\angle ۰=\frac{۶}{\sqrt{۲}\angle -\frac{\pi}{۴}}=۳\sqrt{۲}\angle\frac{\pi}{۴}$$

$$V_{C_۱}=۳\sqrt{۲}\cos\left(t+\frac{\pi}{۴}\right)$$

حال منبع ولتاژ را خاموش می‌کنیم خازن‌های ۱ فارادی موازی معادل یک خازن ۲ فارادی می‌گردند و مدار را با $\omega=\frac{۱}{۲}$ به حوزه فازور می‌بریم $\begin{pmatrix}Z_C=-j\frac{۱}{C\omega}\\ Z_L=jL\omega\end{pmatrix}$



$$Z_{eq}=\left(-j\,||\,۱\,||\,\frac{j}{۲}\right)=\left(\frac{۱}{۲}-\frac{j}{۲}\right)||\,\frac{j}{۲}=\frac{\left(\frac{۱}{۲}-\frac{j}{۲}\right)\times\frac{j}{۲}}{\frac{۱}{۲}-\frac{j}{۲}+\frac{j}{۲}}=\left(\frac{۱}{۲}-\frac{j}{۲}\right)\times j=\frac{j}{۲}+\frac{۱}{۲}$$

$$V_{C_۲}=Z_{eq}\times۶\angle۰=\left(\frac{j}{۲}+\frac{۱}{۲}\right)\times۶\angle۰=۳+۳j=۳\sqrt{۲}\angle\frac{\pi}{۴}\rightarrow V_{C_۲}=۳\sqrt{۲}\cos\left(\frac{t}{۲}+\frac{\pi}{۴}\right)$$

پس ولتاژ V_C در حالت دایمی بصورت

$$V_C=V_{C_۱}+V_{C_۲}=۳\sqrt{۲}\cos(t+\frac{\pi}{۴})+۳\sqrt{۲}\cos(\frac{t}{۲}+\frac{\pi}{۴})$$

۱۵- گزینه «۱» صحیح است.

انرژی در سلف‌های تزویج بصورت زیر است.

$$\left.\begin{aligned}&W=\frac{۱}{۲}L_۱I_۱^۲+\frac{۱}{۲}L_۲I_۲^۲+MI_۱I_۲\\&W=۷j\,,\,L_۱=۲\,,\,L_۲=۴\,,\,I_۱=۱\,,\,M=۱\end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow ۷=\frac{۱}{۲}(۲)(۱)^۲+\frac{۱}{۲}(۴)(I_۲)^۲+۱(۱)(I_۲)\rightarrow ۷=۱+۲I_۲^۲+I_۲$$

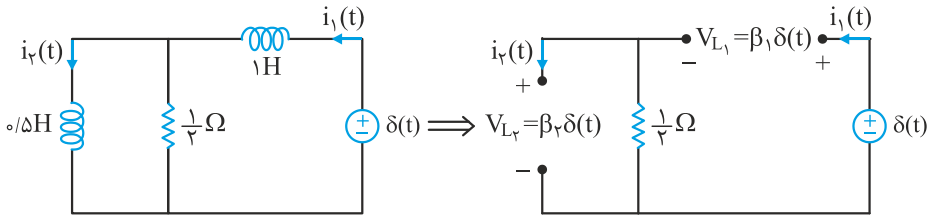
$$\rightarrow ۲I_۲^۲+I_۲-۶=۰\rightarrow I_۲=\frac{-۱\pm\sqrt{۱-۴(۲)(-۶)}}{۲\times۲}=\frac{-۱\pm۷}{۴}\Rightarrow\begin{cases}I_۲=\frac{-۱+۷}{۴}=۱/۵A\\I_۲=\frac{-۱-۷}{۴}=-۲A\end{cases}$$

۱۶- گزینه «۲» صحیح است.

در اثر اعمال ضربه شرایط اولیه سلف‌ها تغییر می‌کنند

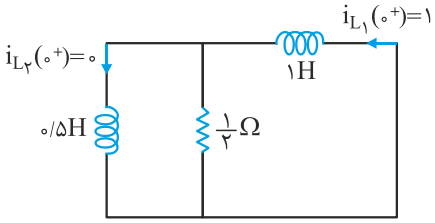
$$\left(i_{L_۱}(۰^+)=i_{L_۱}(۰^-)+\frac{\beta_۱}{L_۱}\;\;,\;\;i_{L_۲}(۰^+)=i_{L_۲}(۰^-)+\frac{\beta_۲}{L_۲}\right)$$

پس برای محاسبه شرایط اولیه ناشی از ضربه، سلف‌ها در اثر اعمال ضربه مدار باز می‌شوند پس داریم:



$$\rightarrow \begin{cases} V_{L_۱} = \beta_۱ \delta(t) = \delta(t) \\ V_{L_۲} = \beta_۲ \delta(t) = ۰ \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \beta_۱ = ۱ \\ \beta_۲ = ۰ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_{L_۱}(۰^+) = i_{L_۱}(۰^-) + \dfrac{\beta_۱}{L_۱} = ۰ + \dfrac{۱}{۱} = ۱ \\ i_{L_۲}(۰^+) = i_{L_۲}(۰^-) + \dfrac{\beta_۲}{L_۲} = ۰ + \dfrac{۰}{۰/۵} = ۰ \end{cases}$$



حال در $t > ۰$ ورودی ضربه از بین می‌رود و مدار بصورت حلقه سلفی بدون منبع مستقل ساده می‌گردد پس در $t = \infty$ داریم:

$$i_{L_۲}(\infty) = \frac{L_۱ I_{L_۱}(۰^+) + L_۲ I_{L_۲}(۰^+)}{L_۱ + L_۲} = \frac{۱ \times ۱ + ۰/۵(۰)}{۱ + ۰/۵} = \frac{۱}{۱/۵} = \frac{۲}{۳}$$

۱۷- گزینه «۳» صحیح است.

ابتدا تابع تبدیل مدار را به ازای ورودی شیب $R(t) = tu(t)$ و $V_۰(t) = (۱ - e^{-t} - te^{-t})u(t)$ بدست می‌آوریم:

$$H(s) = \frac{V_۰(s)}{R(s)} = \frac{\frac{۱}{s} - \frac{۱}{s+۱} - \frac{۱}{(s+۱)^۲}}{\frac{۱}{s^۲}} = \frac{\frac{(s+۱)^۲ - s(s+۱) - s}{s(s+۱)^۲}}{\frac{۱}{s^۲}} = \frac{\frac{s^۲ + ۲s + ۱ - s^۲ - s - s}{s(s+۱)^۲}}{\frac{۱}{s^۲}} = \frac{s}{(s+۱)^۲}$$

حال پاسخ حالت دایمی به ازاء ورودی $I_s(t) = \left[۱ + ۲\sin\left(t - \frac{\pi}{۴}\right)\right] u(t)$ بصورت زیر در حوزه فازور می‌باشد چون I_s بصورت $I_s = I_{s_۱} + I_{s_۲}$ که $I_{s_۱} = ۱u(t)$ و $I_{s_۲} = ۲\sin\left(t - \frac{\pi}{۴}\right)u(t)$ می‌باشد پس پاسخ $I_{s_۱}$ را در (چون $H(s = ۰) = ۰$ است پس

$V_{o_1} = H(o) \times I_{s_1} = o$ می‌گردد) و پاسخ I_{s_2} را در $s = j\omega = j \times 1$ بررسی می‌کنیم

پس با جمع آثار داریم:

$$V_o = H(s) \times I_s \xrightarrow[I_{s_1}=1\ ,\ I_{s_2}=2\sin t(t-\frac{\pi}{4})]{H(j\omega)=\frac{j\omega}{(j\omega+1)^2}} V_o = V_{o_1} + V_{o_2} \quad ,$$

$$V_{o_1} = H(o) \times I_{s_1} = o \times I_{s_1} = o$$

$$V_{o_2}|_{\omega=1} = \frac{j}{(j+1)^2} \times 2\angle -\frac{\pi}{4} = \left(\frac{j}{j^2+2j+1}\right)\left(2\angle -\frac{\pi}{4}\right)$$

$$V_{o_2} = \left(\frac{j}{2j}\right)\left(2\angle -\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\left(2\angle -\frac{\pi}{4}\right) = 1\angle -\frac{\pi}{4} \rightarrow V_{o_2} = 1\sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right)u(t)$$

پس $V_o = o + \sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right)u(t) = \sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right)u(t)$ می‌باشد.

منابع

۱- جلد (۱)، نظریه اساس مدارها و شبکه‌ها - تألیف ارنست کـوه، چارلزدسـور - ترجمـه و تکمیـل: دکتر پرویز جبه‌دار مارالانی (چاپ اول) انتشارات دانشگاه تهران

۲- جلد (۲)، نظریه اساسی مدارها و شبکه‌ها - تالیف ارنست کوه، چارلزدسـور - ترجمـه و تکمیـل: دکتر پرویز جبه‌دار مارالانی (چاپ اول) انتشارات دانشگاه تهران

۳- تحلیل مهندسی مدار - تالیف ویلیام اچ.هیت، جک ای، کمرلی - ترجمه محمود دیانی انتشارات نص

۴- مجموعـه سـوالات کنکـور کارشناسـی ارشـد مهندسـی بـرق و حـل آنهـا ۱۳۷۹-۱۳۷۵ ، ۱۳۸۳-۱۳۷۹ و ۱۳۸۵-۱۳۸۴ مولفان پرویز جبه‌دار، مارالانی ... (و همکاران) انتشارات دانشـگاه تهران

۵- رهیافت حل مسئله در مدار ۱ ، تالیف مهندس محمود دیانی، انتشارات نص

۶- رهیافت حل مسئله در مدار ۲ ، تالیف مهندس محمود دیانی، انتشارات نص

۷- کنکور کارشناسی ارشد مهندسی برق، مولف: محمدحسین دانشیار، انتشارات آزاده

۸- سوالات چهارگزینه‌ای طبقه‌بندی شده مدارهای الکتریکی مخصـوص کنکـور کارشناسـی ارشـد مهندسی برق و دانشجویان درس مدارهای الکتریکی تالیف: سعید منصوری

۹- آزمون کارشناسی ارشد مدارهای الکتریکی، مولف: مهندس حامد علیپور، انتشارات آشینا

۱۰- مدارهای الکتریکی، تالیف محمدرضا چاهه، انتشارات دانش پژوهان فردا

۱۱- سیگنال‌ها و سیستم‌ها، پیوسته و گسسته (زیمیر) ترجمه دکتر پرویز جبه‌دار، دانشگاه تهران.

۱۲- پرسش‌های چهارگزینه‌ای مدارهای الکتریکی انتشارات مجتمع آموزش و فنی تهران

۱۳- نمونه سؤالات دانشگاه‌های MIT ، $Berkly$ و دانشگاه معتبر دنیا.

۱۴- تحلیل مدارهای خطی و غیرخطی، مولف دکتر هدتنی

15- Electric Circuit analysis R.K. Mehta, A.K.Mal C.B.S (2002)

16- Electric Circuit charlesk. Alexander Matthew N.O. Sadi Ku, McGraw, Hill (2004)

17- Fundamentals of Electric Circuits (Electrical Enginnering Series) charles K. Alexander, McGRaw-Hill International Editions

18- Fundamentals of Electric Circuits International Editions 2000.